

```
In[*]:= SetDirectory["C:\\drorbn\\AcademicPensieve\\Projects\\HigherRank"];
Once[<< KnotTheory`];
<< Rot.m
```

Loading KnotTheory` version of February 2, 2020, 10:53:45.2097.

Read more at <http://katlas.org/wiki/KnotTheory>.

Loading Rot.m from <http://drorbn.net/AP/Projects/HigherRank> to compute rotation numbers.

```
In[*]:= CCF[ $\mathcal{E}$ _] := ExpandDenominator@ExpandNumerator@Together[ $\mathcal{E}$ ];
CCF[ $\mathcal{E}$ _] := Factor[ $\mathcal{E}$ ];
CF[ $\mathcal{E}$ _List] := CF /@  $\mathcal{E}$ ;
CF[ $\mathcal{E}$ _] := Module[{vs = Cases[ $\mathcal{E}$ , (x | p |  $\pi$  | g)_,  $\infty$ ]  $\cup$  {x, p,  $\epsilon$ }, ps, c},
  Total[CoefficientRules[Expand[ $\mathcal{E}$ ], vs] /. (ps_  $\rightarrow$  c_)  $\Rightarrow$  CCF[c] (Times @@ vsps) ]];
```

```
In[*]:= {
  {r0,pxx[1, i_, j_], r0,pxx[-1, i_, j_]},
  {r1,ppx[1, i_, j_], r1,ppx[-1, i_, j_]},
  {r1,rest[1, i_, j_], r1,rest[-1, i_, j_]},
   $\gamma_1[\varphi_, k_]$ 
} = CF[Plus[
   $\alpha$  {1, 1 - T1 T2, 1 - T1 T2, 1 - T1 T2} * Get["px-data.m"],
   $\beta$  { $\{0, 0\}$ ,
    {0, 0},
    {1 / 2 + T3 x3,i (p3,i+1 - p3,j+1), -1 / 2 - T3-1 x3,i (p3,i+1 - p3,j+1)},
     $\varphi / 2$ 
  }
]]
```

Out[*]=

$$\left\{ \left\{ \alpha p_{3,j} x_{1,i} x_{2,i} - \frac{\alpha p_{3,j} x_{1,j} x_{2,i}}{T_1}, -\frac{\alpha p_{3,j} x_{1,i} x_{2,i}}{T_1^2 T_2} + \frac{\alpha p_{3,j} x_{1,j} x_{2,i}}{T_1 T_2} \right\}, \right. \\ \left. \left\{ -\alpha (-1 + T_1 T_2) p_{1,j} p_{2,i} x_{3,i} + \alpha (-1 + T_1 T_2) p_{1,j} p_{2,j} x_{3,i}, \right. \right. \\ \left. \left. \frac{\alpha (-1 + T_1 T_2) p_{1,j} p_{2,i} x_{3,i}}{T_1} - \frac{\alpha (-1 + T_1 T_2) p_{1,j} p_{2,j} x_{3,i}}{T_1} \right\}, \right. \\ \left. \left\{ \frac{\beta}{2} - \alpha T_2 p_{1,j} p_{2,j} x_{1,i} x_{2,i} + \frac{\alpha p_{1,j} p_{2,i} x_{1,j} x_{2,i}}{(-1 + T_1) T_1} + \frac{\alpha (-1 + T_1 T_2) p_{1,j} p_{2,j} x_{1,j} x_{2,i}}{(-1 + T_1) T_1} - \right. \right. \\ \left. \frac{\alpha p_{1,i} p_{2,j} x_{1,i} x_{2,j}}{-1 + T_1} + \beta T_3 p_{3,1+i} x_{3,i} - \frac{\alpha p_{3,j} x_{3,i}}{T_1} - \beta T_3 p_{3,1+j} x_{3,i} + \alpha (-1 + T_1 T_2) p_{1,j} p_{3,j} x_{1,i} x_{3,i} - \right. \\ \left. \frac{\alpha p_{1,j} p_{3,i} x_{1,j} x_{3,i}}{(-1 + T_1) T_1} - \frac{\alpha (-1 + T_1 T_2) p_{1,j} p_{3,j} x_{1,j} x_{3,i}}{-1 + T_1} + \frac{\alpha T_2 (-1 + T_1 T_2) p_{2,j} p_{3,j} x_{2,i} x_{3,i}}{T_1} + \right. \\ \left. \frac{\alpha p_{2,j} p_{3,i} x_{2,j} x_{3,i}}{T_1} + \frac{\alpha p_{1,i} p_{3,j} x_{1,i} x_{3,j}}{-1 + T_1} - \frac{\alpha T_2 p_{2,j} p_{3,j} x_{2,i} x_{3,j}}{T_1}, \right. \\ \left. -\frac{\beta}{2} - \frac{\alpha p_{1,j} p_{2,i} x_{1,i} x_{2,i}}{T_1^2} + \frac{\alpha (-1 + T_2) p_{1,i} p_{2,j} x_{1,i} x_{2,i}}{(-1 + T_1) T_2} - \frac{\alpha (-T_1 - T_2 + T_1 T_2) p_{1,j} p_{2,j} x_{1,i} x_{2,i}}{T_1^2 T_2} - \right. \\ \left. \frac{\alpha p_{1,j} p_{2,i} x_{1,j} x_{2,i}}{(-1 + T_1) T_1} - \frac{\alpha p_{1,j} p_{2,j} x_{1,j} x_{2,i}}{T_1} + \frac{\alpha p_{1,i} p_{2,j} x_{1,i} x_{2,j}}{-1 + T_1} - \frac{\alpha p_{1,j} p_{2,j} x_{1,i} x_{2,j}}{T_1} - \right. \\ \left. \frac{\beta p_{3,1+i} x_{3,i}}{T_3} + \frac{\alpha p_{3,j} x_{3,i}}{T_1} + \frac{\beta p_{3,1+j} x_{3,i}}{T_3} + \frac{\alpha p_{1,j} p_{3,i} x_{1,i} x_{3,i}}{T_1^2} - \frac{\alpha (-1 + T_1 T_2) p_{1,i} p_{3,j} x_{1,i} x_{3,i}}{(-1 + T_1) T_1 T_2} + \right. \\ \left. \frac{\alpha (-1 + T_1 T_2) p_{1,j} p_{3,j} x_{1,i} x_{3,i}}{T_1^2 T_2} + \frac{\alpha p_{1,j} p_{3,i} x_{1,j} x_{3,i}}{(-1 + T_1) T_1} - \frac{\alpha (-1 + T_2) p_{2,j} p_{3,i} x_{2,i} x_{3,i}}{T_1 T_2} - \right. \\ \left. \frac{\alpha (-1 + T_1 T_2) p_{2,i} p_{3,j} x_{2,i} x_{3,i}}{T_1^2 T_2} + \frac{\alpha (-1 + 2 T_2) (-1 + T_1 T_2) p_{2,j} p_{3,j} x_{2,i} x_{3,i}}{T_1^2 T_2^2} - \right. \\ \left. \frac{\alpha p_{2,j} p_{3,i} x_{2,j} x_{3,i}}{T_1} + \frac{\alpha (-1 + T_1 T_2) p_{2,j} p_{3,j} x_{2,j} x_{3,i}}{T_1^2 T_2} - \frac{\alpha p_{1,i} p_{3,j} x_{1,i} x_{3,j}}{-1 + T_1} + \right. \\ \left. \frac{\alpha p_{1,j} p_{3,j} x_{1,i} x_{3,j}}{T_1} + \frac{\alpha p_{2,j} p_{3,j} x_{2,i} x_{3,j}}{T_1} \right\}, \left. \frac{\beta \varphi}{2} + \frac{\alpha \varphi p_{3,k} x_{3,k}}{T_1} \right\}$$

In[*]:= **r1,rest[1, 4, 5]**

Out[*]=

$$\frac{\beta \gamma}{2} - \alpha T_2 p_{1,5} p_{2,5} x_{1,4} x_{2,4} + \frac{\alpha p_{1,5} p_{2,4} x_{1,5} x_{2,4}}{(-1 + T_1) T_1} + \frac{\alpha (-1 + T_1 T_2) p_{1,5} p_{2,5} x_{1,5} x_{2,4}}{(-1 + T_1) T_1} - \\ \frac{\alpha p_{1,4} p_{2,5} x_{1,4} x_{2,5}}{-1 + T_1} - \frac{\alpha p_{3,5} x_{3,4}}{T_1} + \beta T_1 T_2 p_{3,5} x_{3,4} - \beta T_1 T_2 p_{3,6} x_{3,4} + \\ \alpha (-1 + T_1 T_2) p_{1,5} p_{3,5} x_{1,4} x_{3,4} - \frac{\alpha p_{1,5} p_{3,4} x_{1,5} x_{3,4}}{(-1 + T_1) T_1} - \frac{\alpha (-1 + T_1 T_2) p_{1,5} p_{3,5} x_{1,5} x_{3,4}}{-1 + T_1} + \\ \frac{\alpha T_2 (-1 + T_1 T_2) p_{2,5} p_{3,5} x_{2,4} x_{3,4}}{T_1} + \frac{\alpha p_{2,5} p_{3,4} x_{2,5} x_{3,4}}{T_1} + \frac{\alpha p_{1,4} p_{3,5} x_{1,4} x_{3,5}}{-1 + T_1} - \frac{\alpha T_2 p_{2,5} p_{3,5} x_{2,4} x_{3,5}}{T_1}$$

In[*]:= **{p*, x*, pi*, xi*} = {pi, xi, p, x}; (u_{-i-_-})* := (u*)_i;**

```
In[*]:= Zip[{}][ε_] := ε;
Zip[{{ε, εs...}}][ε_] := (Collect[ε // Zip[{{εs}}, ε] /. f_.*ε^d_ -> (D[f, {ε*, d}])] /. ε* -> 0
```

```
In[*]:= px2g[ε_] := CF@Module[{ps, xs, Q, α, β},
  ps = Union[Cases[ε, p_, ∞]]; xs = Union[Cases[ε, x_, ∞]];
  Q = Sum[p0* x0* g_{p0[[2]], x0[[2]], p0[[3]], x0[[3]], {p0, ps}, {x0, xs}];
  Expand[Zip[ps][ε e^Q] /. g_{α, β, i, j} -> If[α == β, g_{α, i, j}, 0]]
]
```

```
In[*]:= px2g[p_{2,j}^2 x_{2,i} x_{2,j}]
```

```
Out[*]=
```

$$2 g_{2,j,i} g_{2,j,j}$$

```
In[*]:= R1[1, i_, j_] = px2g[r_{1,rest}[1, i, j]]
```

```
Out[*]=
```

$$\frac{\beta}{2} + \frac{\alpha g_{1,j,j} g_{2,i,i}}{(-1+T_1) T_1} - \alpha T_2 g_{1,j,i} g_{2,j,i} + \frac{\alpha (-1+T_1 T_2) g_{1,j,j} g_{2,j,i}}{(-1+T_1) T_1} - \frac{\alpha g_{1,i,i} g_{2,j,j}}{-1+T_1} - \frac{\alpha g_{1,j,j} g_{3,i,i}}{(-1+T_1) T_1} +$$

$$\frac{\alpha g_{2,j,j} g_{3,i,i}}{T_1} + \beta T_3 g_{3,1+i,i} - \frac{\alpha g_{3,j,i}}{T_1} + \alpha (-1+T_1 T_2) g_{1,j,i} g_{3,j,i} - \frac{\alpha (-1+T_1 T_2) g_{1,j,j} g_{3,j,i}}{-1+T_1} +$$

$$\frac{\alpha T_2 (-1+T_1 T_2) g_{2,j,i} g_{3,j,i}}{T_1} + \frac{\alpha g_{1,i,i} g_{3,j,j}}{-1+T_1} - \frac{\alpha T_2 g_{2,j,i} g_{3,j,j}}{T_1} - \beta T_3 g_{3,1+j,i}$$

```
In[*]:= R1[-1, i_, j_] = px2g[r_{1,rest}[-1, i, j]]
```

```
Out[*]=
```

$$-\frac{\beta}{2} - \frac{\alpha g_{1,j,i} g_{2,i,i}}{T_1^2} - \frac{\alpha g_{1,j,j} g_{2,i,i}}{(-1+T_1) T_1} + \frac{\alpha (-1+T_2) g_{1,i,i} g_{2,j,i}}{(-1+T_1) T_2} - \frac{\alpha (-T_1 - T_2 + T_1 T_2) g_{1,j,i} g_{2,j,i}}{T_1^2 T_2} -$$

$$\frac{\alpha g_{1,j,j} g_{2,j,i}}{T_1} + \frac{\alpha g_{1,i,i} g_{2,j,j}}{-1+T_1} - \frac{\alpha g_{1,j,i} g_{2,j,j}}{T_1} + \frac{\alpha g_{1,j,i} g_{3,i,i}}{T_1^2} + \frac{\alpha g_{1,j,j} g_{3,i,i}}{(-1+T_1) T_1} -$$

$$\frac{\alpha (-1+T_2) g_{2,j,i} g_{3,i,i}}{T_1 T_2} - \frac{\alpha g_{2,j,j} g_{3,i,i}}{T_1} - \frac{\beta g_{3,1+i,i}}{T_3} + \frac{\alpha g_{3,j,i}}{T_1} - \frac{\alpha (-1+T_1 T_2) g_{1,i,i} g_{3,j,i}}{(-1+T_1) T_1 T_2} +$$

$$\frac{\alpha (-1+T_1 T_2) g_{1,j,i} g_{3,j,i}}{T_1^2 T_2} - \frac{\alpha (-1+T_1 T_2) g_{2,i,i} g_{3,j,i}}{T_1^2 T_2} + \frac{\alpha (-1+2 T_2) (-1+T_1 T_2) g_{2,j,i} g_{3,j,i}}{T_1^2 T_2^2} -$$

$$\frac{\alpha (-1+T_1 T_2) g_{2,j,j} g_{3,j,i}}{T_1^2 T_2} - \frac{\alpha g_{1,i,i} g_{3,j,j}}{-1+T_1} + \frac{\alpha g_{1,j,i} g_{3,j,j}}{T_1} + \frac{\alpha g_{2,j,i} g_{3,j,j}}{T_1} + \frac{\beta g_{3,1+j,i}}{T_3}$$

```
In[*]:= px2g[r_{0,ppx}[1, i0, j0] r_{1,ppx}[1, i1, j1]]
```

```
Out[*]=
```

$$-\alpha^2 (-1+T_1 T_2) g_{1,j1,i0} g_{2,i1,i0} g_{3,j0,i1} + \frac{\alpha^2 (-1+T_1 T_2) g_{1,j1,j0} g_{2,i1,i0} g_{3,j0,i1}}{T_1} +$$

$$\alpha^2 (-1+T_1 T_2) g_{1,j1,i0} g_{2,j1,i0} g_{3,j0,i1} - \frac{\alpha^2 (-1+T_1 T_2) g_{1,j1,j0} g_{2,j1,i0} g_{3,j0,i1}}{T_1}$$

```
In[*]:=

$$\begin{aligned}
\theta[\{1, i0_, j0_ \}, \{1, i1_, j1_ \}] &= \text{px2g}[r_{\theta, \text{pxx}}[1, i0, j0] r_{1, \text{ppx}}[1, i1, j1]] \\
\theta[\{1, i0_, j0_ \}, \{-1, i1_, j1_ \}] &= \text{px2g}[r_{\theta, \text{pxx}}[1, i0, j0] r_{1, \text{ppx}}[-1, i1, j1]] \\
\theta[\{-1, i0_, j0_ \}, \{1, i1_, j1_ \}] &= \text{px2g}[r_{\theta, \text{pxx}}[-1, i0, j0] r_{1, \text{ppx}}[1, i1, j1]] \\
\theta[\{-1, i0_, j0_ \}, \{-1, i1_, j1_ \}] &= \text{px2g}[r_{\theta, \text{pxx}}[-1, i0, j0] r_{1, \text{ppx}}[-1, i1, j1]]
\end{aligned}$$

```

```
Out[*]:=

$$-\alpha^2 (-1 + T_1 T_2) \mathfrak{g}_{1, j1, i0} \mathfrak{g}_{2, i1, i0} \mathfrak{g}_{3, j0, i1} + \frac{\alpha^2 (-1 + T_1 T_2) \mathfrak{g}_{1, j1, j0} \mathfrak{g}_{2, i1, i0} \mathfrak{g}_{3, j0, i1}}{T_1} +$$


$$\alpha^2 (-1 + T_1 T_2) \mathfrak{g}_{1, j1, i0} \mathfrak{g}_{2, j1, i0} \mathfrak{g}_{3, j0, i1} - \frac{\alpha^2 (-1 + T_1 T_2) \mathfrak{g}_{1, j1, j0} \mathfrak{g}_{2, j1, i0} \mathfrak{g}_{3, j0, i1}}{T_1}$$

```

```
Out[*]:=

$$\frac{\alpha^2 (-1 + T_1 T_2) \mathfrak{g}_{1, j1, i0} \mathfrak{g}_{2, i1, i0} \mathfrak{g}_{3, j0, i1}}{T_1} - \frac{\alpha^2 (-1 + T_1 T_2) \mathfrak{g}_{1, j1, j0} \mathfrak{g}_{2, i1, i0} \mathfrak{g}_{3, j0, i1}}{T_1^2} -$$


$$\frac{\alpha^2 (-1 + T_1 T_2) \mathfrak{g}_{1, j1, i0} \mathfrak{g}_{2, j1, i0} \mathfrak{g}_{3, j0, i1}}{T_1} + \frac{\alpha^2 (-1 + T_1 T_2) \mathfrak{g}_{1, j1, j0} \mathfrak{g}_{2, j1, i0} \mathfrak{g}_{3, j0, i1}}{T_1^2}$$

```

```
Out[*]:=

$$\frac{\alpha^2 (-1 + T_1 T_2) \mathfrak{g}_{1, j1, i0} \mathfrak{g}_{2, i1, i0} \mathfrak{g}_{3, j0, i1}}{T_1^2 T_2} - \frac{\alpha^2 (-1 + T_1 T_2) \mathfrak{g}_{1, j1, j0} \mathfrak{g}_{2, i1, i0} \mathfrak{g}_{3, j0, i1}}{T_1 T_2} -$$


$$\frac{\alpha^2 (-1 + T_1 T_2) \mathfrak{g}_{1, j1, i0} \mathfrak{g}_{2, j1, i0} \mathfrak{g}_{3, j0, i1}}{T_1^2 T_2} + \frac{\alpha^2 (-1 + T_1 T_2) \mathfrak{g}_{1, j1, j0} \mathfrak{g}_{2, j1, i0} \mathfrak{g}_{3, j0, i1}}{T_1 T_2}$$

```

```
Out[*]:=

$$-\frac{\alpha^2 (-1 + T_1 T_2) \mathfrak{g}_{1, j1, i0} \mathfrak{g}_{2, i1, i0} \mathfrak{g}_{3, j0, i1}}{T_1^3 T_2} + \frac{\alpha^2 (-1 + T_1 T_2) \mathfrak{g}_{1, j1, j0} \mathfrak{g}_{2, i1, i0} \mathfrak{g}_{3, j0, i1}}{T_1^2 T_2} +$$


$$\frac{\alpha^2 (-1 + T_1 T_2) \mathfrak{g}_{1, j1, i0} \mathfrak{g}_{2, j1, i0} \mathfrak{g}_{3, j0, i1}}{T_1^3 T_2} - \frac{\alpha^2 (-1 + T_1 T_2) \mathfrak{g}_{1, j1, j0} \mathfrak{g}_{2, j1, i0} \mathfrak{g}_{3, j0, i1}}{T_1^2 T_2}$$

```

```
In[*]:=  $\Gamma_1[\varphi_, k_] = \text{px2g}[\gamma_1[\varphi, k]]$ 
```

```
Out[*]:=

$$\frac{\beta \varphi}{2} + \frac{\alpha \varphi \mathfrak{g}_{3, k, k}}{T_1}$$

```

```

In[*]:= T3 = T1 T2;
Theta[K_] := Module[{Cs, phi, n, A, s, i, j, k, Delta, G, v, alpha, beta, gEval, Y, yEval, c, z},
  {Cs, phi} = Rot[K]; n = Length[Cs];
  A = IdentityMatrix[2 n + 1];
  Cases[Cs, {s_, i_, j_} >=> (A[[{i, j}, {i + 1, j + 1}]] += (

$$\begin{pmatrix} -T^S & T^S & -1 \\ \mathbf{0} & & -1 \end{pmatrix}$$

))]];
  Delta = T^(-Total[phi]-Total[Cs[[All,1]]])/2 Det[A];
  G = Inverse[A]; gEval[epsilon_] := CCF[epsilon /. gv_, alpha_, beta_ >=> (G[[alpha, beta]] /. T -> Tv)];
  z = gEval[Sum[Sum[Theta[Cs[[k1]], Cs[[k2]]], {k2, 1, n}], {k1, 1, n}];
  z += gEval[Sum[R1 @@ Cs[[k]], {k, 1, n}];
  z += gEval[Sum[T1[phi[[k], k]], {k, 1, 2 n}];
  {Delta, (Delta /. T -> T1) (Delta /. T -> T2) (Delta /. T -> T3) z} // CCF
];

```

```

In[*]:= ThetaT1,T2[K_] := Module[{Cs, phi, n, A, s, i, j, k, Delta, G, gEval, Y, yEval, c, z = 0},
  {Cs, phi} = Rot[K]; n = Length[Cs];
  temp = PrintTemporary["At work, n=", n];
  A = IdentityMatrix[2 n + 1];
  Cases[Cs, {s_, i_, j_} >=> (A[[{i, j}, {i + 1, j + 1}]] += (

$$\begin{pmatrix} -T^S & T^S & -1 \\ \mathbf{0} & & -1 \end{pmatrix}$$

))]];
  Delta[0] := Delta[0] = T^(-Total[phi]-Total[Cs[[All,1]]])/2 Det[A];
  G[0] := G[0] = Inverse[A];
  {Delta[1], G[1]} = If[NumberQ@T1,
    {Det[A /. T -> T1], Inverse[A /. T -> T1]}, {Delta[0], G[0]} /. T -> T1];
  temp = PrintTemporary@"Done with {Delta[1],G[1]}.";
  {Delta[2], G[2]} = If[NumberQ@T2,
    {Det[A /. T -> T2], Inverse[A /. T -> T2]}, {Delta[0], G[0]} /. T -> T2];
  NotebookDelete[temp]; temp = PrintTemporary@"Done with {Delta[2],G[2]}.";
  {Delta[3], G[3]} = If[NumberQ[T1 T2],
    {Det[A /. T -> T1 T2], Inverse[A /. T -> T1 T2]}, {Delta[0], G[0]} /. T -> T1 T2];
  NotebookDelete[temp]; temp = PrintTemporary@"Done with {Delta[3],G[3]}.";
  gEval[epsilon_] := CCF[epsilon /. {T1 -> T1, T2 -> T2, gv_, alpha_, beta_ >=> G[v][[alpha, beta]]];
  Do[z += gEval[Theta[Cs[[k1]], Cs[[k2]]], {k1, n}, {k2, n}];
  Do[z += gEval[R1 @@ Cs[[k]], {k, n}];
  Do[z += gEval[T1[phi[[k], k]], {k, 2 n}];
  NotebookDelete[temp];
  {Delta[1], Delta[2], Delta[3], Delta[1] Delta[2] Delta[3] z} // CCF
];

```

In[*]:= **Timing**[**Factor**[Θ [**Knot**[3, 1]] /. { $\alpha \rightarrow 1$, $\beta \rightarrow 0$ }]]

 **KnotTheory**: Loading precomputed data in PD4Knots`.

Out[*]=

$$\left\{ \theta., \left\{ \frac{1 - T + T^2}{T}, -\frac{-1 + T_1 - T_1^2 + T_2 - T_1^2 T_2 + 2 T_1^3 T_2 - T_2^2 - T_1 T_2^2 + T_1^2 T_2^2 - 2 T_1^3 T_2^2 + 2 T_1 T_2^3 - 2 T_1^2 T_2^3 + 2 T_1^3 T_2^3}{T_1^2 T_2} \right\} \right\}$$

In[*]:= **K** = **Knot**[8, 17]; **Timing**[**Factor**[Θ [**K**] //. { $\alpha \rightarrow \theta$, $\beta \rightarrow 1$ }]]

Out[*]=

$$\left\{ \theta., \left\{ -\frac{1 - 4 T + 8 T^2 - 11 T^3 + 8 T^4 - 4 T^5 + T^6}{T^3}, \frac{1}{T_1^6 T_2^6} \left(1 - 4 T_1 + 8 T_1^2 - 11 T_1^3 + 8 T_1^4 - 4 T_1^5 + T_1^6 \right) \left(-1 + T_1 T_2 \right) \left(1 + T_1 T_2 \right) \left(1 - T_1 T_2 + T_1^2 T_2^2 \right) \left(3 - 5 T_1 T_2 + 3 T_1^2 T_2^2 \right) \left(1 - 4 T_2 + 8 T_2^2 - 11 T_2^3 + 8 T_2^4 - 4 T_2^5 + T_2^6 \right) \right\} \right\}$$

In[*]:= **Factor**[**TD**[$-\frac{1 - 4 T + 8 T^2 - 11 T^3 + 8 T^4 - 4 T^5 + T^6}{T^3}, T$]]

Out[*]=

$$-\frac{(-1 + T) (1 + T) (1 - T + T^2) (3 - 5 T + 3 T^2)}{T^3}$$

In[*]:= Θ [**K**][[1]] /. $T \rightarrow T_1$

Out[*]=

$$-\frac{1 - 4 T_1 + 8 T_1^2 - 11 T_1^3 + 8 T_1^4 - 4 T_1^5 + T_1^6}{T_1^3}$$

In[*]:= **K** = **Knot**[3, 1]; **Timing**[**Expand**[$T_1 \Theta$ [**K**] //. { $\alpha \rightarrow 1$, $\beta \rightarrow -T_1^{-1}$ }]]

Out[*]=

$$\left\{ \theta., \left\{ -T_1 + \frac{T_1}{T} + T T_1, -\frac{1}{T_1^2} - T_1^2 - \frac{1}{T_2^2} - \frac{1}{T_1^2 T_2^2} + \frac{1}{T_1 T_2^2} + \frac{1}{T_1^2 T_2} + \frac{T_1}{T_2} + \frac{T_2}{T_1} + T_1^2 T_2 - T_2^2 + T_1 T_2^2 - T_1^2 T_2^2 \right\} \right\}$$

In[*]:= **K = Knot[8, 19]; Timing[Expand[T₁θ[K] /. {α → 1, β → -T₁⁻¹}]]**

Out[*]=

$$\left\{ 0.015625, \right. \\ \left. \left\{ T_1 + \frac{T_1}{T_3} - \frac{T_1}{T_2} - T_2^2 T_1 + T_3^3 T_1, \frac{3}{T_1^6} - \frac{3}{T_1^4} + \frac{4}{T_1^3} - \frac{1}{T_1^2} - T_1^2 + 4 T_1^3 - 3 T_1^4 + 3 T_1^6 + \frac{3}{T_2^2} + \frac{3}{T_1^6 T_2^2} - \frac{3}{T_1^5 T_2^2} + \frac{3}{T_1^3 T_2^2} - \right. \right. \\ \left. \frac{3}{T_1 T_2^2} - \frac{3}{T_1^6 T_2^2} + \frac{3}{T_1^4 T_2^2} - \frac{3}{T_1^3 T_2^2} - \frac{3}{T_1^2 T_2^2} + \frac{3}{T_1 T_2^2} - \frac{3 T_1}{T_2^2} - \frac{3}{T_2^2} + \frac{3}{T_1^5 T_2^2} - \frac{3}{T_1^4 T_2^2} + \frac{3}{T_1^2 T_2^2} + \frac{3 T_1}{T_2^2} + \frac{4}{T_2^2} + \frac{3}{T_1^6 T_2^2} - \right. \\ \left. \frac{3}{T_1^5 T_2^2} + \frac{4}{T_1^3 T_2^2} - \frac{2}{T_1^2 T_2^2} - \frac{2}{T_1 T_2^2} - \frac{3 T_1^2}{T_2^2} + \frac{3 T_1^3}{T_2^2} - \frac{1}{T_2^2} - \frac{3}{T_1^5 T_2^2} + \frac{3}{T_1^4 T_2^2} - \frac{3}{T_1^3 T_2^2} - \frac{2}{T_1^2 T_2^2} + \frac{1}{T_1 T_2^2} - \frac{2 T_1}{T_2^2} + \right. \\ \left. \frac{3 T_1^2}{T_2^2} - \frac{3 T_1^3}{T_2^2} - \frac{3}{T_1^6 T_2} + \frac{3}{T_1^5 T_2} - \frac{2}{T_1^3 T_2} + \frac{1}{T_1^2 T_2} + \frac{T_1}{T_2} - \frac{2 T_1^2}{T_2} + \frac{3 T_1^4}{T_2} - \frac{3 T_1^5}{T_2} - \frac{3 T_2}{T_1^5} + \frac{3 T_2}{T_1^4} - \frac{2 T_2}{T_1^2} + \frac{T_2}{T_1} + \right. \\ \left. T_1^2 T_2 - 2 T_1^3 T_2 + 3 T_1^5 T_2 - 3 T_1^6 T_2 - T_2^2 - \frac{3 T_2^2}{T_1^3} + \frac{3 T_2^2}{T_1^2} - \frac{2 T_2^2}{T_1} + T_1 T_2^2 - T_1^2 T_2^2 - 2 T_1^3 T_2^2 + 3 T_1^4 T_2^2 - 3 T_1^5 T_2^2 + \right. \\ \left. 4 T_2^3 + \frac{3 T_2^3}{T_1^3} - \frac{3 T_2^3}{T_1^2} - 2 T_1 T_2^3 - 2 T_1^2 T_2^3 + 4 T_1^3 T_2^3 - 3 T_1^5 T_2^3 + 3 T_1^6 T_2^3 - 3 T_2^4 + \frac{3 T_2^4}{T_1} + 3 T_1^2 T_2^4 - 3 T_1^4 T_2^4 + \right. \\ \left. 3 T_1^5 T_2^4 - \frac{3 T_2^5}{T_1} + 3 T_1 T_2^5 - 3 T_1^2 T_2^5 - 3 T_1^3 T_2^5 + 3 T_1^4 T_2^5 - 3 T_1^6 T_2^5 + 3 T_2^6 - 3 T_1 T_2^6 + 3 T_1^3 T_2^6 - 3 T_1^5 T_2^6 + 3 T_1^6 T_2^6 \right\} \left. \right\}$$

In[*]:= **Timing[θ_{T₁, T₂}[Knot[3, 1]]]**

Out[*]=

$$\left\{ 0., \left\{ \frac{1 - T_1 + T_1^2}{T_1}, \frac{1 - T_2 + T_2^2}{T_2}, \frac{1 - T_1 T_2 + T_1^2 T_2^2}{T_1 T_2}, \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{-1 + T_1 - T_1^2 + T_2 - T_1^2 T_2 + 2 T_1^3 T_2 - T_2^2 - T_1 T_2^2 + T_1^2 T_2^2 - 2 T_1^3 T_2^2 + 2 T_1 T_2^3 - 2 T_1^2 T_2^3 + 2 T_1^3 T_2^3}{T_1^2 T_2} \right\} \right\}$$

In[*]:= **Timing[θ[Knot[4, 1]]]**

Out[*]=

$$\left\{ 0., \left\{ -\frac{1 - 3 T + T^2}{T}, \frac{(1 - 3 T_1 + T_1^2) (-1 + T_1 T_2) (1 + T_1 T_2) (1 - 3 T_2 + T_2^2)}{T_1^3 T_2^2} \right\} \right\}$$

In[*]:= **Timing[θ[Knot["K11n34"]]]**

Out[*]=

$$\left\{ 0.03125, \right. \\ \left\{ 1, -\frac{1}{T_1^7 T_2^6} \left(T_1^2 - 2 T_1^3 + T_1^4 - 2 T_1 T_2 + 2 T_1^2 T_2 + 2 T_1^5 T_2 - 2 T_1^6 T_2 + T_2^2 + 2 T_1 T_2^2 - 2 T_1^2 T_2^2 - 2 T_1^4 T_2^2 - 2 T_1^6 T_2^2 + \right. \right. \\ \left. 2 T_1^7 T_2^2 + T_1^8 T_2^2 - 2 T_2^3 + T_1^4 T_2^3 + T_1^5 T_2^3 - 2 T_1^9 T_2^3 + T_2^4 - 2 T_1^2 T_2^4 + T_1^3 T_2^4 + 2 T_1^4 T_2^4 + 2 T_1^6 T_2^4 + T_1^7 T_2^4 - \right. \\ \left. 2 T_1^8 T_2^4 + T_1^{10} T_2^4 + 2 T_1 T_2^5 + T_1^3 T_2^5 - 4 T_1^5 T_2^5 - 4 T_1^6 T_2^5 + T_1^8 T_2^5 + 2 T_1^{10} T_2^5 - 2 T_1 T_2^6 - 2 T_1^2 T_2^6 + \right. \\ \left. 2 T_1^4 T_2^6 - 4 T_1^5 T_2^6 + 12 T_1^6 T_2^6 - 4 T_1^7 T_2^6 + 2 T_1^8 T_2^6 - 2 T_1^{10} T_2^6 - 2 T_1^{11} T_2^6 + 2 T_1^2 T_2^7 + T_1^4 T_2^7 - 4 T_1^6 T_2^7 - \right. \\ \left. 4 T_1^7 T_2^7 + T_1^9 T_2^7 + 2 T_1^{11} T_2^7 + T_1^2 T_2^8 - 2 T_1^4 T_2^8 + T_1^5 T_2^8 + 2 T_1^6 T_2^8 + 2 T_1^8 T_2^8 + T_1^9 T_2^8 - 2 T_1^{10} T_2^8 + \right. \\ \left. T_1^{12} T_2^8 - 2 T_1^3 T_2^9 + T_1^7 T_2^9 + T_1^8 T_2^9 - 2 T_1^{12} T_2^9 + T_1^4 T_2^{10} + 2 T_1^5 T_2^{10} - 2 T_1^6 T_2^{10} - 2 T_1^8 T_2^{10} - 2 T_1^{10} T_2^{10} + \right. \\ \left. 2 T_1^{11} T_2^{10} + T_1^{12} T_2^{10} - 2 T_1^6 T_2^{11} + 2 T_1^7 T_2^{11} + 2 T_1^{10} T_2^{11} - 2 T_1^{11} T_2^{11} + T_1^8 T_2^{12} - 2 T_1^9 T_2^{12} + T_1^{10} T_2^{12} \right) \left. \right\} \left. \right\}$$

In[*]:= Timing[θ [Knot["K11n42"]]]

Out[*]=

$$\left\{ 0., \left\{ 1, \frac{1}{T_1^4 T_2^3} \left(T_1 + T_1^2 + T_2 - 2 T_1 T_2 - 2 T_1^2 T_2 - 2 T_1^3 T_2 + T_1^4 T_2 + T_2^2 - 2 T_1 T_2^2 + 2 T_1^2 T_2^2 + 2 T_1^3 T_2^2 - 2 T_1^4 T_2^2 + T_1^5 T_2^2 - 2 T_1 T_2^3 + 2 T_1^2 T_2^3 + 2 T_1^4 T_2^3 - 2 T_1^5 T_2^3 + T_1 T_2^4 - 2 T_1^2 T_2^4 + 2 T_1^3 T_2^4 + 2 T_1^4 T_2^4 - 2 T_1^5 T_2^4 + T_1^6 T_2^4 + T_1^2 T_2^5 - 2 T_1^3 T_2^5 - 2 T_1^4 T_2^5 - 2 T_1^5 T_2^5 + T_1^6 T_2^5 + T_1^4 T_2^6 + T_1^5 T_2^6 \right) \right\} \right\}$$

In[*]:=

```
PD[GST48] = PD[X[1, 15, 2, 14], X[29, 2, 30, 3], X[40, 4, 41, 3],
X[4, 44, 5, 43], X[5, 26, 6, 27], X[95, 7, 96, 6], X[7, 1, 8, 96], X[8, 14, 9, 13],
X[28, 9, 29, 10], X[41, 11, 42, 10], X[11, 43, 12, 42], X[12, 27, 13, 28],
X[15, 31, 16, 30], X[61, 16, 62, 17], X[72, 17, 73, 18], X[83, 18, 84, 19],
X[34, 20, 35, 19], X[20, 89, 21, 90], X[92, 21, 93, 22], X[22, 79, 23, 80],
X[23, 68, 24, 69], X[24, 57, 25, 58], X[56, 25, 57, 26], X[31, 63, 32, 62],
X[32, 74, 33, 73], X[33, 85, 34, 84], X[35, 50, 36, 51], X[81, 37, 82, 36],
X[70, 38, 71, 37], X[59, 39, 60, 38], X[54, 39, 55, 40], X[55, 45, 56, 44],
X[45, 59, 46, 58], X[46, 70, 47, 69], X[47, 81, 48, 80], X[91, 49, 92, 48],
X[49, 91, 50, 90], X[82, 52, 83, 51], X[71, 53, 72, 52], X[60, 54, 61, 53],
X[74, 63, 75, 64], X[85, 64, 86, 65], X[65, 76, 66, 77], X[66, 87, 67, 88],
X[94, 67, 95, 68], X[86, 75, 87, 76], X[77, 88, 78, 89], X[93, 78, 94, 79]];
```

In[*]:= AbsoluteTiming[gst48 = θ [GST48]]

Out[*]=

$$\left\{ 11.4869, \left\{ -\frac{(-1 + 2 T - T^2 - T^3 + 2 T^4 - T^5 + T^8) (-1 + T^3 - 2 T^4 + T^5 + T^6 - 2 T^7 + T^8)}{T^8}, \frac{1}{T_1^{21} T_2^{20}} \left(T_1^5 - 3 T_1^6 + 4 T_1^7 - 2 T_1^8 - 2 T_1^9 + 4 T_1^{10} - 2 T_1^{11} - 2 T_1^{12} + 4 T_1^{13} - 3 T_1^{14} + T_1^{15} - 3 T_1^5 T_2 + 6 T_1^6 T_2 - 3 T_1^7 T_2 - 6 T_1^8 T_2 + 12 T_1^9 T_2 - 6 T_1^{10} T_2 - 6 T_1^{11} T_2 + 12 T_1^{12} T_2 - 6 T_1^{13} T_2 - 3 T_1^{14} T_2 + 6 T_1^{15} T_2 - 3 T_1^{16} T_2 - T_1^3 T_2^2 + 3 T_1^4 T_2^2 - T_1^6 T_2^2 - 4 T_1^7 T_2^2 + 9 T_1^8 T_2^2 - 7 T_1^9 T_2^2 - 3 T_1^{10} T_2^2 + 8 T_1^{11} T_2^2 - 3 T_1^{12} T_2^2 - 7 T_1^{13} T_2^2 + 9 T_1^{14} T_2^2 - 4 T_1^{15} T_2^2 - T_1^{16} T_2^2 + 3 T_1^{18} T_2^2 - T_1^{19} T_2^2 - T_1^2 T_2^3 + 6 T_1^3 T_2^3 - 10 T_1^4 T_2^3 + 3 T_1^5 T_2^3 + 2 T_1^6 T_2^3 - 3 T_1^7 T_2^3 + 4 T_1^8 T_2^3 - 2 T_1^9 T_2^3 + 2 T_1^{10} T_2^3 - T_1^{11} T_2^3 - T_1^{12} T_2^3 + 2 T_1^{13} T_2^3 - 2 T_1^{14} T_2^3 + 4 T_1^{15} T_2^3 - 3 T_1^{16} T_2^3 + 2 T_1^{17} T_2^3 + 3 T_1^{18} T_2^3 - 10 T_1^{19} T_2^3 + 6 T_1^{20} T_2^3 - T_1^{21} T_2^3 + 3 T_1^2 T_2^4 - 10 T_1^3 T_2^4 + 3 T_1^4 T_2^4 + 17 T_1^5 T_2^4 - 19 T_1^6 T_2^4 + 10 T_1^7 T_2^4 - 7 T_1^8 T_2^4 + 6 T_1^9 T_2^4 - T_1^{10} T_2^4 - 18 T_1^{11} T_2^4 + 35 T_1^{12} T_2^4 - 18 T_1^{13} T_2^4 - T_1^{14} T_2^4 + 6 T_1^{15} T_2^4 - 7 T_1^{16} T_2^4 + 10 T_1^{17} T_2^4 - 19 T_1^{18} T_2^4 + 17 T_1^{19} T_2^4 + 3 T_1^{20} T_2^4 - 10 T_1^{21} T_2^4 + 3 T_1^2 T_2^5 + T_2^5 - 3 T_1 T_2^5 + 3 T_1^3 T_2^5 + 17 T_1^4 T_2^5 - 38 T_1^5 T_2^5 + 22 T_1^6 T_2^5 + 7 T_1^7 T_2^5 - 11 T_1^8 T_2^5 - 6 T_1^9 T_2^5 + 14 T_1^{10} T_2^5 + 11 T_1^{11} T_2^5 - 31 T_1^{12} T_2^5 + 9 T_1^{13} T_2^5 + T_1^{14} T_2^5 + 8 T_1^{16} T_2^5 - 15 T_1^{17} T_2^5 + 9 T_1^{18} T_2^5 + 16 T_1^{19} T_2^5 - 32 T_1^{20} T_2^5 + 15 T_1^{21} T_2^5 + 3 T_1^{22} T_2^5 - 3 T_1^{24} T_2^5 + T_1^{25} T_2^5 - 3 T_2^6 + 6 T_1 T_2^6 - T_1^2 T_2^6 + 2 T_1^3 T_2^6 - 19 T_1^4 T_2^6 + 22 T_1^5 T_2^6 + 24 T_1^6 T_2^6 - 68 T_1^7 T_2^6 + 43 T_1^8 T_2^6 + 9 T_1^9 T_2^6 - 29 T_1^{10} T_2^6 + 2 T_1^{11} T_2^6 - 12 T_1^{12} T_2^6 + 28 T_1^{13} T_2^6 - 42 T_1^{14} T_2^6 + 26 T_1^{15} T_2^6 - 29 T_1^{16} T_2^6 - T_1^{17} T_2^6 + 45 T_1^{18} T_2^6 - 64 T_1^{19} T_2^6 + 24 T_1^{20} T_2^6 + 18 T_1^{21} T_2^6 - 17 T_1^{22} T_2^6 + 2 T_1^{23} T_2^6 - T_1^{24} T_2^6 + 6 T_1^{25} T_2^6 - 3 T_1^{26} T_2^6 + 4 T_2^7 - 3 T_1 T_2^7 - 4 T_1^2 T_2^7 - 3 T_1^3 T_2^7 + 10 T_1^4 T_2^7 + 7 T_1^5 T_2^7 - 68 T_1^6 T_2^7 + 74 T_1^7 T_2^7 + 14 T_1^8 T_2^7 - 56 T_1^9 T_2^7 + 14 T_1^{10} T_2^7 + 55 T_1^{11} T_2^7 - 23 T_1^{12} T_2^7 + 11 T_1^{13} T_2^7 + 51 T_1^{14} T_2^7 - 33 T_1^{15} T_2^7 + 41 T_1^{16} T_2^7 + 28 T_1^{17} T_2^7 - 60 T_1^{18} T_2^7 + 16 T_1^{19} T_2^7 + 68 T_1^{20} T_2^7 - 62 T_1^{21} T_2^7 + 5 T_1^{22} T_2^7 + 10 T_1^{23} T_2^7 - 3 T_1^{24} T_2^7 - 4 T_1^{25} T_2^7 - 3 T_1^{26} T_2^7 + 4 T_1^{27} T_2^7 - 2 T_2^8 - 6 T_1 T_2^8 + 9 T_1^2 T_2^8 + 4 T_1^3 T_2^8 - 7 T_1^4 T_2^8 - 11 T_1^5 T_2^8 + 43 T_1^6 T_2^8 + 14 T_1^7 T_2^8 - 123 T_1^8 T_2^8 + 133 T_1^9 T_2^8 - 36 T_1^{10} T_2^8 - 89 T_1^{11} T_2^8 + 136 T_1^{12} T_2^8 - 127 T_1^{13} T_2^8 + 31 T_1^{14} T_2^8 - 31 T_1^{15} T_2^8 + 16 T_1^{16} T_2^8 - 33 T_1^{17} T_2^8 - 28 T_1^{18} T_2^8 + 109 T_1^{19} T_2^8 -$$

$$\begin{aligned}
 & 115 T_1^{20} T_2^8 + 14 T_1^{21} T_2^8 + 51 T_1^{22} T_2^8 - 27 T_1^{23} T_2^8 + T_1^{24} T_2^8 + 4 T_1^{25} T_2^8 + 9 T_1^{26} T_2^8 - 6 T_1^{27} T_2^8 - 2 T_1^{28} T_2^8 - \\
 & 2 T_2^9 + 12 T_1 T_2^9 - 7 T_1^2 T_2^9 - 2 T_1^3 T_2^9 + 6 T_1^4 T_2^9 - 6 T_1^5 T_2^9 + 9 T_1^6 T_2^9 - 56 T_1^7 T_2^9 + 133 T_1^8 T_2^9 - 149 T_1^9 T_2^9 - \\
 & 10 T_1^{10} T_2^9 + 224 T_1^{11} T_2^9 - 314 T_1^{12} T_2^9 + 67 T_1^{13} T_2^9 + 111 T_1^{14} T_2^9 - 124 T_1^{15} T_2^9 + 38 T_1^{16} T_2^9 - 49 T_1^{17} T_2^9 + \\
 & 50 T_1^{18} T_2^9 - 38 T_1^{19} T_2^9 - 47 T_1^{20} T_2^9 + 95 T_1^{21} T_2^9 - 68 T_1^{22} T_2^9 + 8 T_1^{23} T_2^9 + 32 T_1^{24} T_2^9 - 19 T_1^{25} T_2^9 - 2 T_1^{26} T_2^9 - \\
 & 7 T_1^{27} T_2^9 + 12 T_1^{28} T_2^9 - 2 T_1^{29} T_2^9 + 4 T_1^{30} T_2^9 - 6 T_1 T_2^{10} - 3 T_1^2 T_2^{10} + 2 T_1^3 T_2^{10} - T_1^4 T_2^{10} + 14 T_1^5 T_2^{10} - 29 T_1^6 T_2^{10} + \\
 & 14 T_1^7 T_2^{10} - 36 T_1^8 T_2^{10} - 10 T_1^9 T_2^{10} + 240 T_1^{10} T_2^{10} - 314 T_1^{11} T_2^{10} + 74 T_1^{12} T_2^{10} + 431 T_1^{13} T_2^{10} - 386 T_1^{14} T_2^{10} + \\
 & 200 T_1^{15} T_2^{10} + 34 T_1^{16} T_2^{10} - 37 T_1^{17} T_2^{10} + 186 T_1^{18} T_2^{10} - 186 T_1^{19} T_2^{10} + 136 T_1^{20} T_2^{10} - 22 T_1^{21} T_2^{10} - 12 T_1^{22} T_2^{10} + \\
 & 46 T_1^{23} T_2^{10} - 93 T_1^{24} T_2^{10} + 30 T_1^{25} T_2^{10} + 11 T_1^{26} T_2^{10} + 2 T_1^{27} T_2^{10} - 3 T_1^{28} T_2^{10} - 6 T_1^{29} T_2^{10} + 4 T_1^{30} T_2^{10} - 2 T_1^{11} - \\
 & 6 T_1 T_2^{11} + 8 T_1^2 T_2^{11} - T_1^3 T_2^{11} - 18 T_1^4 T_2^{11} + 11 T_1^5 T_2^{11} + 2 T_1^6 T_2^{11} + 55 T_1^7 T_2^{11} - 89 T_1^8 T_2^{11} + 224 T_1^9 T_2^{11} - \\
 & 314 T_1^{10} T_2^{11} - 92 T_1^{11} T_2^{11} + 764 T_1^{12} T_2^{11} - 899 T_1^{13} T_2^{11} + 273 T_1^{14} T_2^{11} + 176 T_1^{15} T_2^{11} - 382 T_1^{16} T_2^{11} + \\
 & 391 T_1^{17} T_2^{11} - 420 T_1^{18} T_2^{11} + 75 T_1^{19} T_2^{11} + 212 T_1^{20} T_2^{11} - 156 T_1^{21} T_2^{11} - 46 T_1^{22} T_2^{11} - 6 T_1^{23} T_2^{11} + 65 T_1^{24} T_2^{11} + \\
 & 76 T_1^{25} T_2^{11} - 107 T_1^{26} T_2^{11} + 31 T_1^{27} T_2^{11} - T_1^{28} T_2^{11} + 8 T_1^{29} T_2^{11} - 6 T_1^{30} T_2^{11} - 2 T_1^{31} T_2^{11} - 2 T_1^{12} + 12 T_1 T_2^{12} - \\
 & 3 T_1^2 T_2^{12} - T_1^3 T_2^{12} + 35 T_1^4 T_2^{12} - 31 T_1^5 T_2^{12} - 12 T_1^6 T_2^{12} - 23 T_1^7 T_2^{12} + 136 T_1^8 T_2^{12} - 314 T_1^9 T_2^{12} + 74 T_1^{10} T_2^{12} + \\
 & 764 T_1^{11} T_2^{12} - 1304 T_1^{12} T_2^{12} + 293 T_1^{13} T_2^{12} + 744 T_1^{14} T_2^{12} - 996 T_1^{15} T_2^{12} + 616 T_1^{16} T_2^{12} - 380 T_1^{17} T_2^{12} - \\
 & 68 T_1^{18} T_2^{12} + 589 T_1^{19} T_2^{12} - 596 T_1^{20} T_2^{12} - 72 T_1^{21} T_2^{12} + 294 T_1^{22} T_2^{12} + 38 T_1^{23} T_2^{12} - 64 T_1^{24} T_2^{12} - \\
 & 123 T_1^{25} T_2^{12} + 60 T_1^{26} T_2^{12} + 93 T_1^{27} T_2^{12} - 69 T_1^{28} T_2^{12} - T_1^{29} T_2^{12} - 3 T_1^{30} T_2^{12} + 12 T_1^{31} T_2^{12} - 2 T_1^{32} T_2^{12} + 4 T_1^{13} - \\
 & 6 T_1 T_2^{13} - 7 T_1^2 T_2^{13} + 2 T_1^3 T_2^{13} - 18 T_1^4 T_2^{13} + 9 T_1^5 T_2^{13} + 28 T_1^6 T_2^{13} + 11 T_1^7 T_2^{13} - 127 T_1^8 T_2^{13} + 67 T_1^9 T_2^{13} + \\
 & 431 T_1^{10} T_2^{13} - 899 T_1^{11} T_2^{13} + 293 T_1^{12} T_2^{13} + 1556 T_1^{13} T_2^{13} - 1724 T_1^{14} T_2^{13} + 887 T_1^{15} T_2^{13} + 223 T_1^{16} T_2^{13} - \\
 & 480 T_1^{17} T_2^{13} + 998 T_1^{18} T_2^{13} - 905 T_1^{19} T_2^{13} + 212 T_1^{20} T_2^{13} + 686 T_1^{21} T_2^{13} - 294 T_1^{22} T_2^{13} - 313 T_1^{23} T_2^{13} + \\
 & 146 T_1^{24} T_2^{13} + 24 T_1^{25} T_2^{13} + 123 T_1^{26} T_2^{13} - 238 T_1^{27} T_2^{13} + 65 T_1^{28} T_2^{13} + 45 T_1^{29} T_2^{13} + 2 T_1^{30} T_2^{13} - 7 T_1^{31} T_2^{13} - \\
 & 6 T_1^{32} T_2^{13} + 4 T_1^{33} T_2^{13} - 3 T_1^{14} - 3 T_1 T_2^{14} + 9 T_1^2 T_2^{14} - 2 T_1^3 T_2^{14} - T_1^4 T_2^{14} + T_1^5 T_2^{14} - 42 T_1^6 T_2^{14} + 51 T_1^7 T_2^{14} + \\
 & 31 T_1^8 T_2^{14} + 111 T_1^9 T_2^{14} - 386 T_1^{10} T_2^{14} + 273 T_1^{11} T_2^{14} + 744 T_1^{12} T_2^{14} - 1724 T_1^{13} T_2^{14} + 705 T_1^{14} T_2^{14} + \\
 & 482 T_1^{15} T_2^{14} - 1315 T_1^{16} T_2^{14} + 1061 T_1^{17} T_2^{14} - 855 T_1^{18} T_2^{14} - 140 T_1^{19} T_2^{14} + 809 T_1^{20} T_2^{14} - 758 T_1^{21} T_2^{14} - \\
 & 370 T_1^{22} T_2^{14} + 595 T_1^{23} T_2^{14} + 58 T_1^{24} T_2^{14} - 229 T_1^{25} T_2^{14} + T_1^{26} T_2^{14} + 95 T_1^{27} T_2^{14} + 124 T_1^{28} T_2^{14} - 151 T_1^{29} T_2^{14} + \\
 & 19 T_1^{30} T_2^{14} - 2 T_1^{31} T_2^{14} + 9 T_1^{32} T_2^{14} - 3 T_1^{33} T_2^{14} - 3 T_1^{34} T_2^{14} + T_1^{15} + 6 T_1 T_2^{15} - 4 T_1^2 T_2^{15} + 4 T_1^3 T_2^{15} + \\
 & 6 T_1^4 T_2^{15} + 26 T_1^6 T_2^{15} - 33 T_1^7 T_2^{15} - 31 T_1^8 T_2^{15} - 124 T_1^9 T_2^{15} + 200 T_1^{10} T_2^{15} + 176 T_1^{11} T_2^{15} - 996 T_1^{12} T_2^{15} + \\
 & 887 T_1^{13} T_2^{15} + 482 T_1^{14} T_2^{15} - 1534 T_1^{15} T_2^{15} + 1712 T_1^{16} T_2^{15} - 619 T_1^{17} T_2^{15} - 569 T_1^{18} T_2^{15} + 1420 T_1^{19} T_2^{15} - \\
 & 914 T_1^{20} T_2^{15} - 229 T_1^{21} T_2^{15} + 992 T_1^{22} T_2^{15} - 257 T_1^{23} T_2^{15} - 598 T_1^{24} T_2^{15} + 440 T_1^{25} T_2^{15} - 15 T_1^{26} T_2^{15} - \\
 & 50 T_1^{27} T_2^{15} - 167 T_1^{28} T_2^{15} + 92 T_1^{29} T_2^{15} + 74 T_1^{30} T_2^{15} - 49 T_1^{31} T_2^{15} + 4 T_1^{32} T_2^{15} - 4 T_1^{33} T_2^{15} + 6 T_1^{34} T_2^{15} + \\
 & T_1^{35} T_2^{15} - 3 T_1 T_2^{16} - T_1^2 T_2^{16} - 3 T_1^3 T_2^{16} - 7 T_1^4 T_2^{16} + 8 T_1^5 T_2^{16} - 29 T_1^6 T_2^{16} + 41 T_1^7 T_2^{16} + 16 T_1^8 T_2^{16} + \\
 & 38 T_1^9 T_2^{16} + 34 T_1^{10} T_2^{16} - 382 T_1^{11} T_2^{16} + 616 T_1^{12} T_2^{16} + 223 T_1^{13} T_2^{16} - 1315 T_1^{14} T_2^{16} + 1712 T_1^{15} T_2^{16} - \\
 & 720 T_1^{16} T_2^{16} - 1180 T_1^{17} T_2^{16} + 2146 T_1^{18} T_2^{16} - 1310 T_1^{19} T_2^{16} - 260 T_1^{20} T_2^{16} + 1108 T_1^{21} T_2^{16} - 545 T_1^{22} T_2^{16} - \\
 & 555 T_1^{23} T_2^{16} + 792 T_1^{24} T_2^{16} - 94 T_1^{25} T_2^{16} - 350 T_1^{26} T_2^{16} + 256 T_1^{27} T_2^{16} - 24 T_1^{28} T_2^{16} + 109 T_1^{29} T_2^{16} - \\
 & 189 T_1^{30} T_2^{16} + 60 T_1^{31} T_2^{16} + 17 T_1^{32} T_2^{16} - 3 T_1^{33} T_2^{16} - T_1^{34} T_2^{16} - 3 T_1^{35} T_2^{16} + 2 T_1^{17} T_2^{17} + 10 T_1^4 T_2^{17} - \\
 & 15 T_1^5 T_2^{17} - T_1^6 T_2^{17} + 28 T_1^7 T_2^{17} - 33 T_1^8 T_2^{17} - 49 T_1^9 T_2^{17} - 37 T_1^{10} T_2^{17} + 391 T_1^{11} T_2^{17} - 380 T_1^{12} T_2^{17} - \\
 & 480 T_1^{13} T_2^{17} + 1061 T_1^{14} T_2^{17} - 619 T_1^{15} T_2^{17} - 1180 T_1^{16} T_2^{17} + 2566 T_1^{17} T_2^{17} - 1730 T_1^{18} T_2^{17} - 591 T_1^{19} T_2^{17} + \\
 & 1520 T_1^{20} T_2^{17} - 933 T_1^{21} T_2^{17} - 265 T_1^{22} T_2^{17} + 476 T_1^{23} T_2^{17} + 123 T_1^{24} T_2^{17} - 791 T_1^{25} T_2^{17} + 681 T_1^{26} T_2^{17} - \\
 & 213 T_1^{27} T_2^{17} - 82 T_1^{28} T_2^{17} - 8 T_1^{29} T_2^{17} + 74 T_1^{30} T_2^{17} + 42 T_1^{31} T_2^{17} - 59 T_1^{32} T_2^{17} + 10 T_1^{33} T_2^{17} + 2 T_1^{34} T_2^{17} + \\
 & 3 T_1^{18} T_2^{18} + 3 T_1^3 T_2^{18} - 19 T_1^4 T_2^{18} + 9 T_1^5 T_2^{18} + 45 T_1^6 T_2^{18} - 60 T_1^7 T_2^{18} - 28 T_1^8 T_2^{18} + 50 T_1^9 T_2^{18} + 186 T_1^{10} T_2^{18} - \\
 & 420 T_1^{11} T_2^{18} - 68 T_1^{12} T_2^{18} + 998 T_1^{13} T_2^{18} - 855 T_1^{14} T_2^{18} - 569 T_1^{15} T_2^{18} + 2146 T_1^{16} T_2^{18} - 1730 T_1^{17} T_2^{18} - \\
 & 492 T_1^{18} T_2^{18} + 2218 T_1^{19} T_2^{18} - 1372 T_1^{20} T_2^{18} - 146 T_1^{21} T_2^{18} + 878 T_1^{22} T_2^{18} - 163 T_1^{23} T_2^{18} - 695 T_1^{24} T_2^{18} + \\
 & 872 T_1^{25} T_2^{18} - 162 T_1^{26} T_2^{18} - 458 T_1^{27} T_2^{18} + 506 T_1^{28} T_2^{18} - 208 T_1^{29} T_2^{18} + 44 T_1^{30} T_2^{18} - 100 T_1^{31} T_2^{18} + \\
 & 79 T_1^{32} T_2^{18} - 19 T_1^{33} T_2^{18} - 5 T_1^{34} T_2^{18} + 3 T_1^{35} T_2^{18} + 3 T_1^{36} T_2^{18} - T_1^{19} T_2^{19} - 10 T_1^3 T_2^{19} + 17 T_1^4 T_2^{19} + 16 T_1^5 T_2^{19} - \\
 & 64 T_1^6 T_2^{19} + 16 T_1^7 T_2^{19} + 109 T_1^8 T_2^{19} - 38 T_1^9 T_2^{19} - 186 T_1^{10} T_2^{19} + 75 T_1^{11} T_2^{19} + 589 T_1^{12} T_2^{19} - 905 T_1^{13} T_2^{19} - \\
 & 140 T_1^{14} T_2^{19} + 1420 T_1^{15} T_2^{19} - 1310 T_1^{16} T_2^{19} - 591 T_1^{17} T_2^{19} + 2218 T_1^{18} T_2^{19} - 2027 T_1^{19} T_2^{19} + 155 T_1^{20} T_2^{19} + \\
 & 1033 T_1^{21} T_2^{19} - 840 T_1^{22} T_2^{19} - 49 T_1^{23} T_2^{19} + 464 T_1^{24} T_2^{19} + 37 T_1^{25} T_2^{19} - 842 T_1^{26} T_2^{19} + 972 T_1^{27} T_2^{19} -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &412 T_1^{28} T_2^{19} - 44 T_1^{29} T_2^{19} + 150 T_1^{30} T_2^{19} - 21 T_1^{31} T_2^{19} - 10 T_1^{32} T_2^{19} - 42 T_1^{33} T_2^{19} + 50 T_1^{34} T_2^{19} - 13 T_1^{35} T_2^{19} - \\
 &10 T_1^{36} T_2^{19} - T_1^{37} T_2^{19} + 6 T_1^3 T_2^{20} + 3 T_1^4 T_2^{20} - 32 T_1^5 T_2^{20} + 24 T_1^6 T_2^{20} + 68 T_1^7 T_2^{20} - 115 T_1^8 T_2^{20} - 47 T_1^9 T_2^{20} + \\
 &136 T_1^{10} T_2^{20} + 212 T_1^{11} T_2^{20} - 596 T_1^{12} T_2^{20} + 212 T_1^{13} T_2^{20} + 809 T_1^{14} T_2^{20} - 914 T_1^{15} T_2^{20} - 260 T_1^{16} T_2^{20} + \\
 &1520 T_1^{17} T_2^{20} - 1372 T_1^{18} T_2^{20} + 155 T_1^{19} T_2^{20} + 1056 T_1^{20} T_2^{20} - 1291 T_1^{21} T_2^{20} + 674 T_1^{22} T_2^{20} - 128 T_1^{23} T_2^{20} - \\
 &56 T_1^{24} T_2^{20} - 374 T_1^{25} T_2^{20} + 603 T_1^{26} T_2^{20} - 180 T_1^{27} T_2^{20} - 504 T_1^{28} T_2^{20} + 592 T_1^{29} T_2^{20} - 340 T_1^{30} T_2^{20} + \\
 &71 T_1^{31} T_2^{20} - 39 T_1^{32} T_2^{20} + 100 T_1^{33} T_2^{20} - 60 T_1^{34} T_2^{20} - 8 T_1^{35} T_2^{20} + 19 T_1^{36} T_2^{20} + 6 T_1^{37} T_2^{20} - T_1^{38} T_2^{20} - \\
 &10 T_1^4 T_2^{21} + 15 T_1^5 T_2^{21} + 18 T_1^6 T_2^{21} - 62 T_1^7 T_2^{21} + 14 T_1^8 T_2^{21} + 95 T_1^9 T_2^{21} - 22 T_1^{10} T_2^{21} - 156 T_1^{11} T_2^{21} - \\
 &72 T_1^{12} T_2^{21} + 686 T_1^{13} T_2^{21} - 758 T_1^{14} T_2^{21} - 229 T_1^{15} T_2^{21} + 1108 T_1^{16} T_2^{21} - 933 T_1^{17} T_2^{21} - 146 T_1^{18} T_2^{21} + \\
 &1033 T_1^{19} T_2^{21} - 1291 T_1^{20} T_2^{21} + 891 T_1^{21} T_2^{21} - 152 T_1^{22} T_2^{21} - 395 T_1^{23} T_2^{21} + 328 T_1^{24} T_2^{21} + 152 T_1^{25} T_2^{21} - \\
 &52 T_1^{26} T_2^{21} - 695 T_1^{27} T_2^{21} + 1069 T_1^{28} T_2^{21} - 559 T_1^{29} T_2^{21} - 14 T_1^{30} T_2^{21} + 166 T_1^{31} T_2^{21} - 35 T_1^{32} T_2^{21} - \\
 &12 T_1^{33} T_2^{21} - 40 T_1^{34} T_2^{21} + 52 T_1^{35} T_2^{21} - 15 T_1^{36} T_2^{21} - 10 T_1^{37} T_2^{21} - T_1^{38} T_2^{21} + 3 T_1^4 T_2^{22} + 3 T_1^5 T_2^{22} - \\
 &17 T_1^6 T_2^{22} + 5 T_1^7 T_2^{22} + 51 T_1^8 T_2^{22} - 68 T_1^9 T_2^{22} - 12 T_1^{10} T_2^{22} - 46 T_1^{11} T_2^{22} + 294 T_1^{12} T_2^{22} - 294 T_1^{13} T_2^{22} - \\
 &370 T_1^{14} T_2^{22} + 992 T_1^{15} T_2^{22} - 545 T_1^{16} T_2^{22} - 265 T_1^{17} T_2^{22} + 878 T_1^{18} T_2^{22} - 840 T_1^{19} T_2^{22} + 674 T_1^{20} T_2^{22} - \\
 &152 T_1^{21} T_2^{22} - 206 T_1^{22} T_2^{22} + 744 T_1^{23} T_2^{22} - 390 T_1^{24} T_2^{22} + 141 T_1^{25} T_2^{22} - 385 T_1^{26} T_2^{22} + 866 T_1^{27} T_2^{22} - \\
 &464 T_1^{28} T_2^{22} - 332 T_1^{29} T_2^{22} + 614 T_1^{30} T_2^{22} - 304 T_1^{31} T_2^{22} + 60 T_1^{32} T_2^{22} - 108 T_1^{33} T_2^{22} + 85 T_1^{34} T_2^{22} - \\
 &23 T_1^{35} T_2^{22} - 3 T_1^{36} T_2^{22} + 3 T_1^{37} T_2^{22} + 3 T_1^{38} T_2^{22} + 2 T_1^6 T_2^{23} + 10 T_1^7 T_2^{23} - 27 T_1^8 T_2^{23} + 8 T_1^9 T_2^{23} + 46 T_1^{10} T_2^{23} - \\
 &6 T_1^{11} T_2^{23} + 38 T_1^{12} T_2^{23} - 313 T_1^{13} T_2^{23} + 595 T_1^{14} T_2^{23} - 257 T_1^{15} T_2^{23} - 555 T_1^{16} T_2^{23} + 476 T_1^{17} T_2^{23} - \\
 &163 T_1^{18} T_2^{23} - 49 T_1^{19} T_2^{23} - 128 T_1^{20} T_2^{23} - 395 T_1^{21} T_2^{23} + 744 T_1^{22} T_2^{23} - 1174 T_1^{23} T_2^{23} + 198 T_1^{24} T_2^{23} + \\
 &191 T_1^{25} T_2^{23} - 109 T_1^{26} T_2^{23} + 48 T_1^{27} T_2^{23} - 668 T_1^{28} T_2^{23} + 885 T_1^{29} T_2^{23} - 489 T_1^{30} T_2^{23} + 5 T_1^{31} T_2^{23} + \\
 &19 T_1^{32} T_2^{23} + 92 T_1^{33} T_2^{23} + 51 T_1^{34} T_2^{23} - 71 T_1^{35} T_2^{23} + 10 T_1^{36} T_2^{23} + 2 T_1^{37} T_2^{23} - 3 T_1^5 T_2^{24} - T_1^6 T_2^{24} - \\
 &3 T_1^7 T_2^{24} + T_1^8 T_2^{24} + 32 T_1^9 T_2^{24} - 93 T_1^{10} T_2^{24} + 65 T_1^{11} T_2^{24} - 64 T_1^{12} T_2^{24} + 146 T_1^{13} T_2^{24} + 58 T_1^{14} T_2^{24} - \\
 &598 T_1^{15} T_2^{24} + 792 T_1^{16} T_2^{24} + 123 T_1^{17} T_2^{24} - 695 T_1^{18} T_2^{24} + 464 T_1^{19} T_2^{24} - 56 T_1^{20} T_2^{24} + 328 T_1^{21} T_2^{24} - \\
 &390 T_1^{22} T_2^{24} + 198 T_1^{23} T_2^{24} + 404 T_1^{24} T_2^{24} - 140 T_1^{25} T_2^{24} + 75 T_1^{26} T_2^{24} - 655 T_1^{27} T_2^{24} + 968 T_1^{28} T_2^{24} - \\
 &310 T_1^{29} T_2^{24} - 326 T_1^{30} T_2^{24} + 364 T_1^{31} T_2^{24} - 104 T_1^{32} T_2^{24} + 133 T_1^{33} T_2^{24} - 253 T_1^{34} T_2^{24} + 84 T_1^{35} T_2^{24} + \\
 &25 T_1^{36} T_2^{24} - 3 T_1^{37} T_2^{24} - T_1^{38} T_2^{24} - 3 T_1^{39} T_2^{24} + T_1^5 T_2^{25} + 6 T_1^6 T_2^{25} - 4 T_1^7 T_2^{25} + 4 T_1^8 T_2^{25} - 19 T_1^9 T_2^{25} + \\
 &30 T_1^{10} T_2^{25} + 76 T_1^{11} T_2^{25} - 123 T_1^{12} T_2^{25} + 24 T_1^{13} T_2^{25} - 229 T_1^{14} T_2^{25} + 440 T_1^{15} T_2^{25} - 94 T_1^{16} T_2^{25} - \\
 &791 T_1^{17} T_2^{25} + 872 T_1^{18} T_2^{25} + 37 T_1^{19} T_2^{25} - 374 T_1^{20} T_2^{25} + 152 T_1^{21} T_2^{25} + 141 T_1^{22} T_2^{25} + 191 T_1^{23} T_2^{25} - \\
 &140 T_1^{24} T_2^{25} + 246 T_1^{25} T_2^{25} - 674 T_1^{26} T_2^{25} + 977 T_1^{27} T_2^{25} - 52 T_1^{28} T_2^{25} - 868 T_1^{29} T_2^{25} + 680 T_1^{30} T_2^{25} - \\
 &120 T_1^{31} T_2^{25} + 5 T_1^{32} T_2^{25} - 257 T_1^{33} T_2^{25} + 142 T_1^{34} T_2^{25} + 104 T_1^{35} T_2^{25} - 74 T_1^{36} T_2^{25} + 4 T_1^{37} T_2^{25} - 4 T_1^{38} T_2^{25} + \\
 &6 T_1^{39} T_2^{25} + T_1^{40} T_2^{25} - 3 T_1^6 T_2^{26} - 3 T_1^7 T_2^{26} + 9 T_1^8 T_2^{26} - 2 T_1^9 T_2^{26} + 11 T_1^{10} T_2^{26} - 107 T_1^{11} T_2^{26} + 60 T_1^{12} T_2^{26} + \\
 &123 T_1^{13} T_2^{26} + T_1^{14} T_2^{26} - 15 T_1^{15} T_2^{26} - 350 T_1^{16} T_2^{26} + 681 T_1^{17} T_2^{26} - 162 T_1^{18} T_2^{26} - 842 T_1^{19} T_2^{26} + \\
 &603 T_1^{20} T_2^{26} - 52 T_1^{21} T_2^{26} - 385 T_1^{22} T_2^{26} - 109 T_1^{23} T_2^{26} + 75 T_1^{24} T_2^{26} - 674 T_1^{25} T_2^{26} + 707 T_1^{26} T_2^{26} + \\
 &124 T_1^{27} T_2^{26} - 1276 T_1^{28} T_2^{26} + 1003 T_1^{29} T_2^{26} + 94 T_1^{30} T_2^{26} - 355 T_1^{31} T_2^{26} - 29 T_1^{32} T_2^{26} + 167 T_1^{33} T_2^{26} + \\
 &226 T_1^{34} T_2^{26} - 259 T_1^{35} T_2^{26} + 31 T_1^{36} T_2^{26} - 2 T_1^{37} T_2^{26} + 9 T_1^{38} T_2^{26} - 3 T_1^{39} T_2^{26} - 3 T_1^{40} T_2^{26} + 4 T_1^7 T_2^{27} - \\
 &6 T_1^8 T_2^{27} - 7 T_1^9 T_2^{27} + 2 T_1^{10} T_2^{27} + 31 T_1^{11} T_2^{27} + 93 T_1^{12} T_2^{27} - 238 T_1^{13} T_2^{27} + 95 T_1^{14} T_2^{27} - 50 T_1^{15} T_2^{27} + \\
 &256 T_1^{16} T_2^{27} - 213 T_1^{17} T_2^{27} - 458 T_1^{18} T_2^{27} + 972 T_1^{19} T_2^{27} - 180 T_1^{20} T_2^{27} - 695 T_1^{21} T_2^{27} + 866 T_1^{22} T_2^{27} + \\
 &48 T_1^{23} T_2^{27} - 655 T_1^{24} T_2^{27} + 977 T_1^{25} T_2^{27} + 124 T_1^{26} T_2^{27} - 1524 T_1^{27} T_2^{27} + 1365 T_1^{28} T_2^{27} + 147 T_1^{29} T_2^{27} - \\
 &957 T_1^{30} T_2^{27} + 335 T_1^{31} T_2^{27} + 101 T_1^{32} T_2^{27} + 207 T_1^{33} T_2^{27} - 504 T_1^{34} T_2^{27} + 149 T_1^{35} T_2^{27} + 94 T_1^{36} T_2^{27} + \\
 &2 T_1^{37} T_2^{27} - 7 T_1^{38} T_2^{27} - 6 T_1^{39} T_2^{27} + 4 T_1^{40} T_2^{27} - 2 T_1^8 T_2^{28} + 12 T_1^9 T_2^{28} - 3 T_1^{10} T_2^{28} - T_1^{11} T_2^{28} - 69 T_1^{12} T_2^{28} + \\
 &65 T_1^{13} T_2^{28} + 124 T_1^{14} T_2^{28} - 167 T_1^{15} T_2^{28} - 24 T_1^{16} T_2^{28} - 82 T_1^{17} T_2^{28} + 506 T_1^{18} T_2^{28} - 412 T_1^{19} T_2^{28} - \\
 &504 T_1^{20} T_2^{28} + 1069 T_1^{21} T_2^{28} - 464 T_1^{22} T_2^{28} - 668 T_1^{23} T_2^{28} + 968 T_1^{24} T_2^{28} - 52 T_1^{25} T_2^{28} - 1276 T_1^{26} T_2^{28} + \\
 &1365 T_1^{27} T_2^{28} + 204 T_1^{28} T_2^{28} - 1248 T_1^{29} T_2^{28} + 726 T_1^{30} T_2^{28} + 270 T_1^{31} T_2^{28} - 224 T_1^{32} T_2^{28} - 267 T_1^{33} T_2^{28} + \\
 &196 T_1^{34} T_2^{28} + 189 T_1^{35} T_2^{28} - 173 T_1^{36} T_2^{28} - T_1^{37} T_2^{28} - 3 T_1^{38} T_2^{28} + 12 T_1^{39} T_2^{28} - 2 T_1^{40} T_2^{28} - 2 T_1^9 T_2^{29} - \\
 &6 T_1^{10} T_2^{29} + 8 T_1^{11} T_2^{29} - T_1^{12} T_2^{29} + 45 T_1^{13} T_2^{29} - 151 T_1^{14} T_2^{29} + 92 T_1^{15} T_2^{29} + 109 T_1^{16} T_2^{29} - 8 T_1^{17} T_2^{29} - \\
 &208 T_1^{18} T_2^{29} - 44 T_1^{19} T_2^{29} + 592 T_1^{20} T_2^{29} - 559 T_1^{21} T_2^{29} - 332 T_1^{22} T_2^{29} + 885 T_1^{23} T_2^{29} - 310 T_1^{24} T_2^{29} - \\
 &868 T_1^{25} T_2^{29} + 1003 T_1^{26} T_2^{29} + 147 T_1^{27} T_2^{29} - 1248 T_1^{28} T_2^{29} + 896 T_1^{29} T_2^{29} + 114 T_1^{30} T_2^{29} - 478 T_1^{31} T_2^{29} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 75 T_1^{32} T_2^{29} + 119 T_1^{33} T_2^{29} + 166 T_1^{34} T_2^{29} - 269 T_1^{35} T_2^{29} + 94 T_1^{36} T_2^{29} - T_1^{37} T_2^{29} + 8 T_1^{38} T_2^{29} - 6 T_1^{39} T_2^{29} - \\
 & 2 T_1^{40} T_2^{29} + 4 T_1^{10} T_2^{30} - 6 T_1^{11} T_2^{30} - 3 T_1^{12} T_2^{30} + 2 T_1^{13} T_2^{30} + 19 T_1^{14} T_2^{30} + 74 T_1^{15} T_2^{30} - 189 T_1^{16} T_2^{30} + \\
 & 74 T_1^{17} T_2^{30} + 44 T_1^{18} T_2^{30} + 150 T_1^{19} T_2^{30} - 340 T_1^{20} T_2^{30} - 14 T_1^{21} T_2^{30} + 614 T_1^{22} T_2^{30} - 489 T_1^{23} T_2^{30} - \\
 & 326 T_1^{24} T_2^{30} + 680 T_1^{25} T_2^{30} + 94 T_1^{26} T_2^{30} - 957 T_1^{27} T_2^{30} + 726 T_1^{28} T_2^{30} + 114 T_1^{29} T_2^{30} - 444 T_1^{30} T_2^{30} + \\
 & 138 T_1^{31} T_2^{30} + 68 T_1^{32} T_2^{30} + 106 T_1^{33} T_2^{30} - 253 T_1^{34} T_2^{30} + 90 T_1^{35} T_2^{30} + 31 T_1^{36} T_2^{30} + 2 T_1^{37} T_2^{30} - 3 T_1^{38} T_2^{30} - \\
 & 6 T_1^{39} T_2^{30} + 4 T_1^{40} T_2^{30} - 2 T_1^{11} T_2^{31} + 12 T_1^{12} T_2^{31} - 7 T_1^{13} T_2^{31} - 2 T_1^{14} T_2^{31} - 49 T_1^{15} T_2^{31} + 60 T_1^{16} T_2^{31} + \\
 & 42 T_1^{17} T_2^{31} - 100 T_1^{18} T_2^{31} - 21 T_1^{19} T_2^{31} + 71 T_1^{20} T_2^{31} + 166 T_1^{21} T_2^{31} - 304 T_1^{22} T_2^{31} + 5 T_1^{23} T_2^{31} + 364 T_1^{24} T_2^{31} - \\
 & 120 T_1^{25} T_2^{31} - 355 T_1^{26} T_2^{31} + 335 T_1^{27} T_2^{31} + 270 T_1^{28} T_2^{31} - 478 T_1^{29} T_2^{31} + 138 T_1^{30} T_2^{31} + 173 T_1^{31} T_2^{31} - \\
 & 59 T_1^{32} T_2^{31} - 112 T_1^{33} T_2^{31} + 41 T_1^{34} T_2^{31} + 98 T_1^{35} T_2^{31} - 74 T_1^{36} T_2^{31} - 2 T_1^{37} T_2^{31} - 7 T_1^{38} T_2^{31} + 12 T_1^{39} T_2^{31} - \\
 & 2 T_1^{40} T_2^{31} - 2 T_1^{12} T_2^{32} - 6 T_1^{13} T_2^{32} + 9 T_1^{14} T_2^{32} + 4 T_1^{15} T_2^{32} + 17 T_1^{16} T_2^{32} - 59 T_1^{17} T_2^{32} + 79 T_1^{18} T_2^{32} - \\
 & 10 T_1^{19} T_2^{32} - 39 T_1^{20} T_2^{32} - 35 T_1^{21} T_2^{32} + 60 T_1^{22} T_2^{32} + 19 T_1^{23} T_2^{32} - 104 T_1^{24} T_2^{32} + 5 T_1^{25} T_2^{32} - 29 T_1^{26} T_2^{32} + \\
 & 101 T_1^{27} T_2^{32} - 224 T_1^{28} T_2^{32} + 75 T_1^{29} T_2^{32} + 68 T_1^{30} T_2^{32} - 59 T_1^{31} T_2^{32} - 31 T_1^{32} T_2^{32} - 10 T_1^{33} T_2^{32} + 87 T_1^{34} T_2^{32} - \\
 & 75 T_1^{35} T_2^{32} + 25 T_1^{36} T_2^{32} + 4 T_1^{37} T_2^{32} + 9 T_1^{38} T_2^{32} - 6 T_1^{39} T_2^{32} - 2 T_1^{40} T_2^{32} + 4 T_1^{13} T_2^{33} - 3 T_1^{14} T_2^{33} - \\
 & 4 T_1^{15} T_2^{33} - 3 T_1^{16} T_2^{33} + 10 T_1^{17} T_2^{33} - 19 T_1^{18} T_2^{33} - 42 T_1^{19} T_2^{33} + 100 T_1^{20} T_2^{33} - 12 T_1^{21} T_2^{33} - 108 T_1^{22} T_2^{33} + \\
 & 92 T_1^{23} T_2^{33} + 133 T_1^{24} T_2^{33} - 257 T_1^{25} T_2^{33} + 167 T_1^{26} T_2^{33} + 207 T_1^{27} T_2^{33} - 267 T_1^{28} T_2^{33} + 119 T_1^{29} T_2^{33} + \\
 & 106 T_1^{30} T_2^{33} - 112 T_1^{31} T_2^{33} - 10 T_1^{32} T_2^{33} + 94 T_1^{33} T_2^{33} - 36 T_1^{34} T_2^{33} - 21 T_1^{35} T_2^{33} + 10 T_1^{36} T_2^{33} - 3 T_1^{37} T_2^{33} - \\
 & 4 T_1^{38} T_2^{33} - 3 T_1^{39} T_2^{33} + 4 T_1^{40} T_2^{33} - 3 T_1^{14} T_2^{34} + 6 T_1^{15} T_2^{34} - T_1^{16} T_2^{34} + 2 T_1^{17} T_2^{34} - 5 T_1^{18} T_2^{34} + 50 T_1^{19} T_2^{34} - \\
 & 60 T_1^{20} T_2^{34} - 40 T_1^{21} T_2^{34} + 85 T_1^{22} T_2^{34} + 51 T_1^{23} T_2^{34} - 253 T_1^{24} T_2^{34} + 142 T_1^{25} T_2^{34} + 226 T_1^{26} T_2^{34} - \\
 & 504 T_1^{27} T_2^{34} + 196 T_1^{28} T_2^{34} + 166 T_1^{29} T_2^{34} - 253 T_1^{30} T_2^{34} + 41 T_1^{31} T_2^{34} + 87 T_1^{32} T_2^{34} - 36 T_1^{33} T_2^{34} - \\
 & 60 T_1^{34} T_2^{34} + 46 T_1^{35} T_2^{34} - 3 T_1^{36} T_2^{34} + 2 T_1^{37} T_2^{34} - T_1^{38} T_2^{34} + 6 T_1^{39} T_2^{34} - 3 T_1^{40} T_2^{34} + T_1^{15} T_2^{35} - 3 T_1^{16} T_2^{35} + \\
 & 3 T_1^{18} T_2^{35} - 13 T_1^{19} T_2^{35} - 8 T_1^{20} T_2^{35} + 52 T_1^{21} T_2^{35} - 23 T_1^{22} T_2^{35} - 71 T_1^{23} T_2^{35} + 84 T_1^{24} T_2^{35} + 104 T_1^{25} T_2^{35} - \\
 & 259 T_1^{26} T_2^{35} + 149 T_1^{27} T_2^{35} + 189 T_1^{28} T_2^{35} - 269 T_1^{29} T_2^{35} + 90 T_1^{30} T_2^{35} + 98 T_1^{31} T_2^{35} - 75 T_1^{32} T_2^{35} - \\
 & 21 T_1^{33} T_2^{35} + 46 T_1^{34} T_2^{35} - 2 T_1^{35} T_2^{35} - 15 T_1^{36} T_2^{35} + 3 T_1^{37} T_2^{35} - 3 T_1^{39} T_2^{35} + T_1^{40} T_2^{35} + 3 T_1^{18} T_2^{36} - \\
 & 10 T_1^{19} T_2^{36} + 19 T_1^{20} T_2^{36} - 15 T_1^{21} T_2^{36} - 3 T_1^{22} T_2^{36} + 10 T_1^{23} T_2^{36} + 25 T_1^{24} T_2^{36} - 74 T_1^{25} T_2^{36} + 31 T_1^{26} T_2^{36} + \\
 & 94 T_1^{27} T_2^{36} - 173 T_1^{28} T_2^{36} + 94 T_1^{29} T_2^{36} + 31 T_1^{30} T_2^{36} - 74 T_1^{31} T_2^{36} + 25 T_1^{32} T_2^{36} + 10 T_1^{33} T_2^{36} - 3 T_1^{34} T_2^{36} - \\
 & 15 T_1^{35} T_2^{36} + 19 T_1^{36} T_2^{36} - 10 T_1^{37} T_2^{36} + 3 T_1^{38} T_2^{36} - T_1^{39} T_2^{36} + 6 T_1^{20} T_2^{37} - 10 T_1^{21} T_2^{37} + 3 T_1^{22} T_2^{37} + \\
 & 2 T_1^{23} T_2^{37} - 3 T_1^{24} T_2^{37} + 4 T_1^{25} T_2^{37} - 2 T_1^{26} T_2^{37} + 2 T_1^{27} T_2^{37} - T_1^{28} T_2^{37} - T_1^{29} T_2^{37} + 2 T_1^{30} T_2^{37} - 2 T_1^{31} T_2^{37} + \\
 & 4 T_1^{32} T_2^{37} - 3 T_1^{33} T_2^{37} + 2 T_1^{34} T_2^{37} + 3 T_1^{35} T_2^{37} - 10 T_1^{36} T_2^{37} + 6 T_1^{37} T_2^{37} - T_1^{38} T_2^{37} - T_1^{21} T_2^{38} + 3 T_1^{22} T_2^{38} - \\
 & T_1^{24} T_2^{38} - 4 T_1^{25} T_2^{38} + 9 T_1^{26} T_2^{38} - 7 T_1^{27} T_2^{38} - 3 T_1^{28} T_2^{38} + 8 T_1^{29} T_2^{38} - 3 T_1^{30} T_2^{38} - 7 T_1^{31} T_2^{38} + 9 T_1^{32} T_2^{38} - \\
 & 4 T_1^{33} T_2^{38} - T_1^{34} T_2^{38} + 3 T_1^{36} T_2^{38} - T_1^{37} T_2^{38} - 3 T_1^{24} T_2^{39} + 6 T_1^{25} T_2^{39} - 3 T_1^{26} T_2^{39} - 6 T_1^{27} T_2^{39} + 12 T_1^{28} T_2^{39} - \\
 & 6 T_1^{29} T_2^{39} - 6 T_1^{30} T_2^{39} + 12 T_1^{31} T_2^{39} - 6 T_1^{32} T_2^{39} - 3 T_1^{33} T_2^{39} + 6 T_1^{34} T_2^{39} - 3 T_1^{35} T_2^{39} + T_1^{25} T_2^{40} - 3 T_1^{26} T_2^{40} + \\
 & 4 T_1^{27} T_2^{40} - 2 T_1^{28} T_2^{40} - 2 T_1^{29} T_2^{40} + 4 T_1^{30} T_2^{40} - 2 T_1^{31} T_2^{40} - 2 T_1^{32} T_2^{40} + 4 T_1^{33} T_2^{40} - 3 T_1^{34} T_2^{40} + T_1^{35} T_2^{40} \} \}
 \end{aligned}$$

In[]:= AbsoluteTiming[Θ_{T_1, T_2} [GST48];]

Out[]:=

{47.8885, Null}

In[*]:= AbsoluteTiming[$\theta_{22/7,34/21}$ [GST48]]

Out[*]=

$$\left\{ 0.414346, \left\{ -\frac{1422357287561349859889}{10190414377180576}, -\frac{486885265100293177259569}{15915006754796041036704}, \right. \right.$$

$$\left. -\frac{6215902990719340337664427997383765280900656009}{162180513646999558542864476199651861504}, \right.$$

$$\left. \left. \begin{aligned} &27865447243020145692710782578866822243946130255307494889384165533451655811667 \\ &624690321276677875188699659 / \\ &1485955298234098084266464172195748517577711994175132487335203798845978446 \\ &417306385907712 \end{aligned} \right\} \right\}$$

In[*]:= DuplicateFreeQ[θ /@ AllKnots[{3, 10}]]

Out[*]=

True

In[*]:= DuplicateFreeQ[θ /@ AllKnots[{3, 12}]]

⋯ KnotTheory: Loading precomputed data in KnotTheory/12A.dts.

⋯ KnotTheory: Loading precomputed data in KnotTheory/12N.dts.

Out[*]=

False

In[*]:= tab11 = Table[K → θ @K, {K, AllKnots[{3, 11}]}]

Out[*]=

$$\left\{ \text{Knot}[3, 1] \rightarrow \left\{ \frac{1-T+T^2}{T}, -\frac{-1+T_1-T_1^2+T_2-T_2^2+2T_1^2T_2-T_2^2-T_1T_2^2+T_1^2T_2^2-2T_1^2T_2^2+2T_1T_2^2-2T_1^2T_2^2+2T_1^2T_2^2}{T_1^2T_2} \right\}, \right.$$

$$\left. \text{Knot}[4, 1] \rightarrow \left\{ -\frac{1-3T+T^2}{T}, \frac{(1-3T_1+T_1^2)(-1+T_1T_2)(1+T_1T_2)(1-3T_2+T_2^2)}{T_1^2T_2^2} \right\}, \text{Knot}[5, 1] \rightarrow \left\{ \frac{1-T+T^2-T^3+T^4}{T^2}, -\frac{-1+\dots+67\dots+4T_1^7T_2^7}{T_1^7T_2^7} \right\}, \right.$$

$$\left. \dots 795 \dots, \text{Knot}[11, \text{NonAlternating}, 183] \rightarrow \left\{ \frac{\dots 1 \dots}{T^3}, \dots 1 \dots \right\}, \right.$$

$$\left. \text{Knot}[11, \text{NonAlternating}, 184] \rightarrow \left\{ \frac{(1-T+T^2)(2-7T+11T^2-7T^3+2T^4)}{T^3}, -\frac{-33+\dots 183 \dots +15T_1^{12}T_2^{12}}{T_1^{12}T_2^{12}} \right\}, \right.$$

$$\left. \text{Knot}[11, \text{NonAlternating}, 185] \rightarrow \left\{ -\frac{(1-3T+T^2)(1-T+T^2)(2-3T+2T^2)}{T^3}, \right. \right.$$

$$\left. \frac{-41+225T_1-490T_1^2+633T_1^3-490T_1^4+225T_1^5-41T_1^6+225T_2-1054T_1T_2+\dots 156 \dots +222T_1^{11}T_2^{11}-39T_1^{12}T_2^{11}+7T_1^6T_2^{12}-39T_1^7T_2^{12}+86T_1^8T_2^{12}-111T_1^9T_2^{12}+86T_1^{10}T_2^{12}-39T_1^{11}T_2^{12}+7T_1^{12}T_2^{12}}{T_1^{12}T_2^{12}} \right\}$$

Full expression not available (original memory size: 35.9 MB)

In[*]:= Gather[tab11, Last[#1] === Last[#2] &]

Out[*]=

$$\left\{ \left\{ \text{Knot}[3, 1] \rightarrow \left\{ \frac{1-T+T^2}{T}, -\frac{-1+T_1-T_1^2+T_2-T_1^2 T_2+2 T_1^2 T_2-T_1^2 T_2^2+T_1^2 T_2^2-2 T_1^2 T_2^2+2 T_1 T_2^3-2 T_1^2 T_2^2+2 T_1^2 T_2^2}{T_1^2 T_2} \right\} \right\}, \right.$$

$$\left\{ \text{Knot}[4, 1] \rightarrow \left\{ -\frac{1-3 T+T^2}{T}, \frac{(1-3 T_1+T_1^2)(-1+T_1 T_2)(1+T_1 T_2)(1-3 T_2+T_2^2)}{T_1^2 T_2^2} \right\} \right\},$$

$$\left\{ \text{Knot}[5, 1] \rightarrow \left\{ \frac{1-T+T^2-T^3+T^4}{T^2}, -\frac{-1+\dots 67 \dots + \dots 1 \dots}{T_1^2 T_2^2} \right\}, \dots 792 \dots, \left\{ \text{Knot}[11, \text{NonAlternating}, 183] \rightarrow \left\{ \dots 1 \dots \right\} \right\},$$

$$\left\{ \text{Knot}[11, \text{NonAlternating}, 184] \rightarrow \left\{ \frac{(1-T+T^2)(2-7 T+11 T^2-7 T^3+2 T^4)}{T^3}, -\frac{-33+\dots 183 \dots +15 T_1^2 T_2^2}{T_1^2 T_2^2} \right\} \right\},$$

$$\left\{ \text{Knot}[11, \text{NonAlternating}, 185] \rightarrow \left\{ -\frac{(1-3 T+T^2)(1-T+T^2)(2-3 T+2 T^2)}{T^3}, \right.$$

$$\left. \frac{-41+225 T_1-490 T_1^2+633 T_1^3-490 T_1^4+225 T_1^5-41 T_1^6+225 T_2-1054 T_1 T_2+\dots 156 \dots +222 T_1^2 T_2-39 T_1^2 T_2^2+7 T_1^2 T_2^2-39 T_1^2 T_2^2+86 T_1^2 T_2^2-111 T_1^2 T_2^2+86 T_1^2 T_2^2-39 T_1^2 T_2^2+7 T_1^2 T_2^2}{T_1^2 T_2^2} \right\} \right\}$$

Full expression not available (original memory size: 36 MB)

In[*]:= Select[Gather[tab11, Last[#1] === Last[#2] &], Length[#] > 1 &]

Out[*]=

$$\left\{ \left\{ \text{Knot}[11, \text{Alternating}, 44] \rightarrow \right.$$

$$\left\{ \frac{(1-T+T^2)^2(1-3T+5T^2-3T^3+T^4)}{T^4}, -\frac{1}{T_1^9 T_2^8} (1-T_1+T_1^2)(1-T_2+T_2^2)(1-T_1 T_2+T_1^2 T_2^2) \right.$$

$$\left. \left(-4+16 T_1-36 T_1^2+44 T_1^3-36 T_1^4+16 T_1^5-4 T_1^6+16 T_2-53 T_1 T_2+100 T_1^2 T_2-77 T_1^3 T_2+23 T_1^4 T_2+35 T_1^5 T_2-28 T_1^6 T_2+11 T_1^7 T_2-36 T_2^2+100 T_1 T_2^2-161 T_1^2 T_2^2+54 T_1^3 T_2^2+39 T_1^4 T_2^2-107 T_1^5 T_2^2+23 T_1^6 T_2^2+8 T_1^7 T_2^2-13 T_1^8 T_2^2+44 T_2^3-77 T_1 T_2^3+54 T_1^2 T_2^3+189 T_1^3 T_2^3-215 T_1^4 T_2^3+153 T_1^5 T_2^3+106 T_1^6 T_2^3-107 T_1^7 T_2^3+52 T_1^8 T_2^3-36 T_2^4+23 T_1 T_2^4+39 T_1^2 T_2^4-215 T_1^3 T_2^4-23 T_1^4 T_2^4+238 T_1^5 T_2^4-478 T_1^6 T_2^4+214 T_1^7 T_2^4-4 T_1^8 T_2^4-52 T_1^9 T_2^4+13 T_1^{10} T_2^4+16 T_2^5+35 T_1 T_2^5-107 T_1^2 T_2^5+153 T_1^3 T_2^5+238 T_1^4 T_2^5-485 T_1^5 T_2^5+547 T_1^6 T_2^5-52 T_1^7 T_2^5-194 T_1^8 T_2^5+111 T_1^9 T_2^5-8 T_1^{10} T_2^5-11 T_1^{11} T_2^5-4 T_2^6-28 T_1 T_2^6+23 T_1^2 T_2^6+106 T_1^3 T_2^6-478 T_1^4 T_2^6+547 T_1^5 T_2^6-192 T_1^6 T_2^6-419 T_1^7 T_2^6+498 T_1^8 T_2^6-126 T_1^9 T_2^6-23 T_1^{10} T_2^6+28 T_1^{11} T_2^6+4 T_1^{12} T_2^6+11 T_1 T_2^7+8 T_1^2 T_2^7-107 T_1^3 T_2^7+214 T_1^4 T_2^7-52 T_1^5 T_2^7-419 T_1^6 T_2^7+613 T_1^7 T_2^7-342 T_1^8 T_2^7-133 T_1^9 T_2^7+111 T_1^{10} T_2^7-35 T_1^{11} T_2^7-16 T_1^{12} T_2^7-13 T_1^2 T_2^8+52 T_1^3 T_2^8-4 T_1^4 T_2^8-194 T_1^5 T_2^8+498 T_1^6 T_2^8-342 T_1^7 T_2^8+43 T_1^8 T_2^8+235 T_1^9 T_2^8-47 T_1^{10} T_2^8-23 T_1^{11} T_2^8+36 T_1^{12} T_2^8-52 T_1^4 T_2^9+111 T_1^5 T_2^9-126 T_1^6 T_2^9-133 T_1^7 T_2^9+235 T_1^8 T_2^9-209 T_1^9 T_2^9-50 T_1^{10} T_2^9+77 T_1^{11} T_2^9-44 T_1^{12} T_2^9+13 T_1^4 T_2^{10}-8 T_1^5 T_2^{10}-23 T_1^6 T_2^{10}+111 T_1^7 T_2^{10}-47 T_1^8 T_2^{10}-50 T_1^9 T_2^{10}+161 T_1^{10} T_2^{10}-100 T_1^{11} T_2^{10}+36 T_1^{12} T_2^{10}-11 T_1^5 T_2^{11}+28 T_1^6 T_2^{11}-35 T_1^7 T_2^{11}-23 T_1^8 T_2^{11}+77 T_1^9 T_2^{11}-100 T_1^{10} T_2^{11}+53 T_1^{11} T_2^{11}-16 T_1^{12} T_2^{11}+4 T_1^6 T_2^{12}-16 T_1^7 T_2^{12}+36 T_1^8 T_2^{12}-44 T_1^9 T_2^{12}+36 T_1^{10} T_2^{12}-16 T_1^{11} T_2^{12}+4 T_1^{12} T_2^{12} \right) \right\},$$

$$\text{Knot}[11, \text{Alternating}, 47] \rightarrow \left\{ \frac{(1-T+T^2)^2(1-3T+5T^2-3T^3+T^4)}{T^4}, \right.$$

$$\left. -\frac{1}{T_1^9 T_2^8} (1-T_1+T_1^2)(1-T_2+T_2^2)(1-T_1 T_2+T_1^2 T_2^2) \right.$$

$$\left. \left(-4+16 T_1-36 T_1^2+44 T_1^3-36 T_1^4+16 T_1^5-4 T_1^6+16 T_2-53 T_1 T_2+100 T_1^2 T_2-77 T_1^3 T_2+23 T_1^4 T_2+35 T_1^5 T_2-28 T_1^6 T_2+11 T_1^7 T_2-36 T_2^2+100 T_1 T_2^2-161 T_1^2 T_2^2+54 T_1^3 T_2^2+39 T_1^4 T_2^2-107 T_1^5 T_2^2+23 T_1^6 T_2^2+8 T_1^7 T_2^2-13 T_1^8 T_2^2+44 T_2^3-77 T_1 T_2^3+54 T_1^2 T_2^3+189 T_1^3 T_2^3-215 T_1^4 T_2^3+153 T_1^5 T_2^3+106 T_1^6 T_2^3-107 T_1^7 T_2^3+52 T_1^8 T_2^3-36 T_2^4+23 T_1 T_2^4+39 T_1^2 T_2^4-215 T_1^3 T_2^4-23 T_1^4 T_2^4+238 T_1^5 T_2^4-478 T_1^6 T_2^4+214 T_1^7 T_2^4-4 T_1^8 T_2^4-52 T_1^9 T_2^4+13 T_1^{10} T_2^4+ \right.$$

$$\begin{aligned}
 & 16 T_2^5 + 35 T_1 T_2^5 - 107 T_1^2 T_2^5 + 153 T_1^3 T_2^5 + 238 T_1^4 T_2^5 - 485 T_1^5 T_2^5 + 547 T_1^6 T_2^5 - 52 T_1^7 T_2^5 - \\
 & 194 T_1^8 T_2^5 + 111 T_1^9 T_2^5 - 8 T_1^{10} T_2^5 - 11 T_1^{11} T_2^5 - 4 T_2^6 - 28 T_1 T_2^6 + 23 T_1^2 T_2^6 + 106 T_1^3 T_2^6 - 478 T_1^4 T_2^6 + \\
 & 547 T_1^5 T_2^6 - 192 T_1^6 T_2^6 - 419 T_1^7 T_2^6 + 498 T_1^8 T_2^6 - 126 T_1^9 T_2^6 - 23 T_1^{10} T_2^6 + 28 T_1^{11} T_2^6 + 4 T_1^{12} T_2^6 + \\
 & 11 T_1 T_2^7 + 8 T_1^2 T_2^7 - 107 T_1^3 T_2^7 + 214 T_1^4 T_2^7 - 52 T_1^5 T_2^7 - 419 T_1^6 T_2^7 + 613 T_1^7 T_2^7 - 342 T_1^8 T_2^7 - \\
 & 133 T_1^9 T_2^7 + 111 T_1^{10} T_2^7 - 35 T_1^{11} T_2^7 - 16 T_1^{12} T_2^7 - 13 T_1^2 T_2^8 + 52 T_1^3 T_2^8 - 4 T_1^4 T_2^8 - 194 T_1^5 T_2^8 + \\
 & 498 T_1^6 T_2^8 - 342 T_1^7 T_2^8 + 43 T_1^8 T_2^8 + 235 T_1^9 T_2^8 - 47 T_1^{10} T_2^8 - 23 T_1^{11} T_2^8 + 36 T_1^{12} T_2^8 - 52 T_1^4 T_2^9 + \\
 & 111 T_1^5 T_2^9 - 126 T_1^6 T_2^9 - 133 T_1^7 T_2^9 + 235 T_1^8 T_2^9 - 209 T_1^9 T_2^9 - 50 T_1^{10} T_2^9 + 77 T_1^{11} T_2^9 - 44 T_1^{12} T_2^9 + \\
 & 13 T_1^4 T_2^{10} - 8 T_1^5 T_2^{10} - 23 T_1^6 T_2^{10} + 111 T_1^7 T_2^{10} - 47 T_1^8 T_2^{10} - 50 T_1^9 T_2^{10} + 161 T_1^{10} T_2^{10} - 100 T_1^{11} T_2^{10} + \\
 & 36 T_1^{12} T_2^{10} - 11 T_1^5 T_2^{11} + 28 T_1^6 T_2^{11} - 35 T_1^7 T_2^{11} - 23 T_1^8 T_2^{11} + 77 T_1^9 T_2^{11} - 100 T_1^{10} T_2^{11} + 53 T_1^{11} T_2^{11} - \\
 & 16 T_1^{12} T_2^{11} + 4 T_1^6 T_2^{12} - 16 T_1^7 T_2^{12} + 36 T_1^8 T_2^{12} - 44 T_1^9 T_2^{12} + 36 T_1^{10} T_2^{12} - 16 T_1^{11} T_2^{12} + 4 T_1^{12} T_2^{12} \} \},
 \end{aligned}$$

$$\left\{ \text{Knot}[11, \text{Alternating}, 57] \rightarrow \left\{ - \frac{(1 - T + T^2)^2 (1 - 3T + 3T^2 - 3T^3 + T^4)}{T^4}, \right. \right.$$

$$\left. \frac{1}{T_1^9 T_2^8} \right.$$

$$\begin{aligned}
 & (1 - T_1 + T_1^2) (1 - T_2 + T_2^2) (1 - T_1 T_2 + T_1^2 T_2^2) \\
 & (-3 + 12 T_1 - 21 T_1^2 + 27 T_1^3 - 21 T_1^4 + 12 T_1^5 - 3 T_1^6 + 12 T_2 - 41 T_1 T_2 + 56 T_1^2 T_2 - 59 T_1^3 T_2 + 21 T_1^4 T_2 + \\
 & T_1^5 T_2 - 16 T_1^6 T_2 + 7 T_1^7 T_2 - 21 T_2^2 + 56 T_1 T_2^2 - 37 T_1^2 T_2^2 + 5 T_1^3 T_2^2 + 85 T_1^4 T_2^2 - 90 T_1^5 T_2^2 + 77 T_1^6 T_2^2 - \\
 & 20 T_1^7 T_2^2 - 2 T_1^8 T_2^2 + 27 T_2^3 - 59 T_1 T_2^3 + 5 T_1^2 T_2^3 + 39 T_1^3 T_2^3 - 152 T_1^4 T_2^3 + 108 T_1^5 T_2^3 - 52 T_1^6 T_2^3 - \\
 & 42 T_1^7 T_2^3 + 44 T_1^8 T_2^3 - 9 T_1^9 T_2^3 - 21 T_2^4 + 21 T_1 T_2^4 + 85 T_1^2 T_2^4 - 152 T_1^3 T_2^4 + 257 T_1^4 T_2^4 - 118 T_1^5 T_2^4 - \\
 & 16 T_1^6 T_2^4 + 109 T_1^7 T_2^4 - 52 T_1^8 T_2^4 - 28 T_1^9 T_2^4 + 16 T_1^{10} T_2^4 + 12 T_2^5 + T_1 T_2^5 - 90 T_1^2 T_2^5 + 108 T_1^3 T_2^5 - \\
 & 118 T_1^4 T_2^5 - 55 T_1^5 T_2^5 + 133 T_1^6 T_2^5 - 68 T_1^7 T_2^5 - 35 T_1^8 T_2^5 + 92 T_1^9 T_2^5 - 4 T_1^{10} T_2^5 - 15 T_1^{11} T_2^5 - 3 T_2^6 - \\
 & 16 T_1 T_2^6 + 77 T_1^2 T_2^6 - 52 T_1^3 T_2^6 - 16 T_1^4 T_2^6 + 133 T_1^5 T_2^6 - 156 T_1^6 T_2^6 - T_1^7 T_2^6 + 4 T_1^8 T_2^6 - 12 T_1^9 T_2^6 - \\
 & 93 T_1^{10} T_2^6 + 40 T_1^{11} T_2^6 + 5 T_1^{12} T_2^6 + 7 T_1 T_2^7 - 20 T_1^2 T_2^7 - 42 T_1^3 T_2^7 + 109 T_1^4 T_2^7 - 68 T_1^5 T_2^7 - T_1^6 T_2^7 + \\
 & 187 T_1^7 T_2^7 - 18 T_1^8 T_2^7 - 34 T_1^9 T_2^7 + 140 T_1^{10} T_2^7 - 25 T_1^{11} T_2^7 - 20 T_1^{12} T_2^7 - 2 T_1^2 T_2^8 + 44 T_1^3 T_2^8 - 52 T_1^4 T_2^8 - \\
 & 35 T_1^5 T_2^8 + 4 T_1^6 T_2^8 - 18 T_1^7 T_2^8 - 269 T_1^8 T_2^8 + 226 T_1^9 T_2^8 - 189 T_1^{10} T_2^8 - 5 T_1^{11} T_2^8 + 35 T_1^{12} T_2^8 - 9 T_1^3 T_2^9 - \\
 & 28 T_1^4 T_2^9 + 92 T_1^5 T_2^9 - 12 T_1^6 T_2^9 - 34 T_1^7 T_2^9 + 226 T_1^8 T_2^9 - 103 T_1^9 T_2^9 + 45 T_1^{10} T_2^9 + 75 T_1^{11} T_2^9 - 45 T_1^{12} T_2^9 + \\
 & 16 T_1^4 T_2^{10} - 4 T_1^5 T_2^{10} - 93 T_1^6 T_2^{10} + 140 T_1^7 T_2^{10} - 189 T_1^8 T_2^{10} + 45 T_1^9 T_2^{10} + 21 T_1^{10} T_2^{10} - 80 T_1^{11} T_2^{10} + \\
 & 35 T_1^{12} T_2^{10} - 15 T_1^5 T_2^{11} + 40 T_1^6 T_2^{11} - 25 T_1^7 T_2^{11} - 5 T_1^8 T_2^{11} + 75 T_1^9 T_2^{11} - 80 T_1^{10} T_2^{11} + 65 T_1^{11} T_2^{11} - \\
 & 20 T_1^{12} T_2^{11} + 5 T_1^6 T_2^{12} - 20 T_1^7 T_2^{12} + 35 T_1^8 T_2^{12} - 45 T_1^9 T_2^{12} + 35 T_1^{10} T_2^{12} - 20 T_1^{11} T_2^{12} + 5 T_1^{12} T_2^{12} \} \},
 \end{aligned}$$

$$\left\{ \text{Knot}[11, \text{Alternating}, 231] \rightarrow \left\{ - \frac{(1 - T + T^2)^2 (1 - 3T + 3T^2 - 3T^3 + T^4)}{T^4}, \right. \right.$$

$$\left. \frac{1}{T_1^9 T_2^8} (1 - T_1 + T_1^2) (1 - T_2 + T_2^2) (1 - T_1 T_2 + T_1^2 T_2^2) \right.$$

$$\begin{aligned}
 & (-3 + 12 T_1 - 21 T_1^2 + 27 T_1^3 - 21 T_1^4 + 12 T_1^5 - 3 T_1^6 + 12 T_2 - 41 T_1 T_2 + 56 T_1^2 T_2 - 59 T_1^3 T_2 + 21 T_1^4 T_2 + \\
 & T_1^5 T_2 - 16 T_1^6 T_2 + 7 T_1^7 T_2 - 21 T_2^2 + 56 T_1 T_2^2 - 37 T_1^2 T_2^2 + 5 T_1^3 T_2^2 + 85 T_1^4 T_2^2 - 90 T_1^5 T_2^2 + 77 T_1^6 T_2^2 - \\
 & 20 T_1^7 T_2^2 - 2 T_1^8 T_2^2 + 27 T_2^3 - 59 T_1 T_2^3 + 5 T_1^2 T_2^3 + 39 T_1^3 T_2^3 - 152 T_1^4 T_2^3 + 108 T_1^5 T_2^3 - 52 T_1^6 T_2^3 - \\
 & 42 T_1^7 T_2^3 + 44 T_1^8 T_2^3 - 9 T_1^9 T_2^3 - 21 T_2^4 + 21 T_1 T_2^4 + 85 T_1^2 T_2^4 - 152 T_1^3 T_2^4 + 257 T_1^4 T_2^4 - 118 T_1^5 T_2^4 - \\
 & 16 T_1^6 T_2^4 + 109 T_1^7 T_2^4 - 52 T_1^8 T_2^4 - 28 T_1^9 T_2^4 + 16 T_1^{10} T_2^4 + 12 T_2^5 + T_1 T_2^5 - 90 T_1^2 T_2^5 + 108 T_1^3 T_2^5 - \\
 & 118 T_1^4 T_2^5 - 55 T_1^5 T_2^5 + 133 T_1^6 T_2^5 - 68 T_1^7 T_2^5 - 35 T_1^8 T_2^5 + 92 T_1^9 T_2^5 - 4 T_1^{10} T_2^5 - 15 T_1^{11} T_2^5 - 3 T_2^6 - \\
 & 16 T_1 T_2^6 + 77 T_1^2 T_2^6 - 52 T_1^3 T_2^6 - 16 T_1^4 T_2^6 + 133 T_1^5 T_2^6 - 156 T_1^6 T_2^6 - T_1^7 T_2^6 + 4 T_1^8 T_2^6 - 12 T_1^9 T_2^6 - \\
 & 93 T_1^{10} T_2^6 + 40 T_1^{11} T_2^6 + 5 T_1^{12} T_2^6 + 7 T_1 T_2^7 - 20 T_1^2 T_2^7 - 42 T_1^3 T_2^7 + 109 T_1^4 T_2^7 - 68 T_1^5 T_2^7 - T_1^6 T_2^7 + \\
 & 187 T_1^7 T_2^7 - 18 T_1^8 T_2^7 - 34 T_1^9 T_2^7 + 140 T_1^{10} T_2^7 - 25 T_1^{11} T_2^7 - 20 T_1^{12} T_2^7 - 2 T_1^2 T_2^8 + 44 T_1^3 T_2^8 - 52 T_1^4 T_2^8 - \\
 & 35 T_1^5 T_2^8 + 4 T_1^6 T_2^8 - 18 T_1^7 T_2^8 - 269 T_1^8 T_2^8 + 226 T_1^9 T_2^8 - 189 T_1^{10} T_2^8 - 5 T_1^{11} T_2^8 + 35 T_1^{12} T_2^8 - 9 T_1^3 T_2^9 -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \left. \left. \left. \begin{aligned}
 & 28 T_1^4 T_2^9 + 92 T_1^5 T_2^9 - 12 T_1^6 T_2^9 - 34 T_1^7 T_2^9 + 226 T_1^8 T_2^9 - 103 T_1^9 T_2^9 + 45 T_1^{10} T_2^9 + 75 T_1^{11} T_2^9 - 45 T_1^{12} T_2^9 + \\
 & 16 T_1^4 T_2^{10} - 4 T_1^5 T_2^{10} - 93 T_1^6 T_2^{10} + 140 T_1^7 T_2^{10} - 189 T_1^8 T_2^{10} + 45 T_1^9 T_2^{10} + 21 T_1^{10} T_2^{10} - 80 T_1^{11} T_2^{10} + \\
 & 35 T_1^{12} T_2^{10} - 15 T_1^5 T_2^{11} + 40 T_1^6 T_2^{11} - 25 T_1^7 T_2^{11} - 5 T_1^8 T_2^{11} + 75 T_1^9 T_2^{11} - 80 T_1^{10} T_2^{11} + 65 T_1^{11} T_2^{11} - \\
 & 20 T_1^{12} T_2^{11} + 5 T_1^6 T_2^{12} - 20 T_1^7 T_2^{12} + 35 T_1^8 T_2^{12} - 45 T_1^9 T_2^{12} + 35 T_1^{10} T_2^{12} - 20 T_1^{11} T_2^{12} + 5 T_1^{12} T_2^{12} \end{aligned} \right\} \right\}, \\
 & \left\{ \text{Knot}[11, \text{NonAlternating}, 73] \rightarrow \left\{ \frac{(1 - T + T^2)^2}{T^2}, \right. \right. \\
 & \quad - \frac{1}{T_1^5 T_2^4} 2 (1 - T_1 + T_1^2) (1 - T_2 + T_2^2) (1 - T_1 T_2 + T_1^2 T_2^2) \\
 & \quad \left. \left. (-1 + T_1 - T_1^2 + T_2 + 2 T_1^2 T_2 - T_2^2 + 2 T_1 T_2^2 - 6 T_1^2 T_2^2 + T_1^4 T_2^2 + 2 T_1^3 T_2^3 - T_1^4 T_2^3 + T_1^2 T_2^4 - T_1^3 T_2^4 + T_1^4 T_2^4) \right\} \right\}, \\
 & \left\{ \text{Knot}[11, \text{NonAlternating}, 74] \rightarrow \left\{ \frac{(1 - T + T^2)^2}{T^2}, \right. \right. \\
 & \quad - \frac{1}{T_1^5 T_2^4} 2 (1 - T_1 + T_1^2) (1 - T_2 + T_2^2) (1 - T_1 T_2 + T_1^2 T_2^2) \\
 & \quad \left. \left. (-1 + T_1 - T_1^2 + T_2 + 2 T_1^2 T_2 - T_2^2 + 2 T_1 T_2^2 - 6 T_1^2 T_2^2 + T_1^4 T_2^2 + 2 T_1^3 T_2^3 - T_1^4 T_2^3 + T_1^2 T_2^4 - T_1^3 T_2^4 + T_1^4 T_2^4) \right\} \right\} \}
 \end{aligned}$$

```
In[ ]:= tab12 = Table[K -> e@K, {K, AllKnots[{3, 12}]}]
```

```
In[ ]:= dup12 = Map[First, Select[Gather[tab12, Last[#1] === Last[#2] &], Length[#] > 1 &], {2}]
```

Out[]=

- {Knot[10, 106], Knot[12, NonAlternating, 369]},
- {Knot[11, Alternating, 44], Knot[11, Alternating, 47]},
- {Knot[11, Alternating, 57], Knot[11, Alternating, 231]},
- {Knot[11, NonAlternating, 73], Knot[11, NonAlternating, 74]},
- {Knot[12, Alternating, 30], Knot[12, Alternating, 33]},
- {Knot[12, Alternating, 122], Knot[12, Alternating, 182]},
- {Knot[12, Alternating, 164], Knot[12, Alternating, 166]},
- {Knot[12, Alternating, 167], Knot[12, Alternating, 692]},
- {Knot[12, Alternating, 273], Knot[12, Alternating, 890]},
- {Knot[12, Alternating, 341], Knot[12, Alternating, 627]},
- {Knot[12, Alternating, 427], Knot[12, Alternating, 435], Knot[12, Alternating, 990]},
- {Knot[12, Alternating, 458], Knot[12, Alternating, 887]},
- {Knot[12, Alternating, 510], Knot[12, Alternating, 821]},
- {Knot[12, NonAlternating, 56], Knot[12, NonAlternating, 57]},
- {Knot[12, NonAlternating, 60], Knot[12, NonAlternating, 61]},
- {Knot[12, NonAlternating, 62], Knot[12, NonAlternating, 66]},
- {Knot[12, NonAlternating, 144], Knot[12, NonAlternating, 507]},
- {Knot[12, NonAlternating, 313], Knot[12, NonAlternating, 430]}

```
In[ ]:= Length /@ dup12
```

Out[]=

- {2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2}

```
In[ ]:= Total[Length /@ dup12] - 1]
```

Out[]=

19

In[*]:= Length /@ Select [

Gather [tab12 /. {T₁ → 22 / 7, T₂ → 13 / 21}, Last [#1] === Last [#2] &], Length [#] > 1 &]

Out[*]=

{2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2}

In[*]:= Put [tab12 /. {T₁ → T1, T₂ → T2}, "Data12.m"]

In[*]:= Table [K → θ [K],

{K, {Knot [6, 1], Knot [8, 8], Knot [8, 9], Knot [8, 20], Knot [9, 27], Knot [9, 41],
Knot [9, 46], Knot [10, 3], Knot [10, 22], Knot [10, 35], Knot [10, 42], Knot [10, 48],
Knot [10, 75], Knot [10, 87], Knot [10, 99], Knot [10, 123], Knot [10, 129],
Knot [10, 137], Knot [10, 140], Knot [10, 153], Knot [10, 155]}}

Out[*]=

$$\left\{ \text{Knot} [6, 1] \rightarrow \left\{ -\frac{(-2 + T)(-1 + 2T)}{T}, \frac{1}{T_1^3 T_2^2} \left(-7 + 17 T_1 - 7 T_1^2 + 17 T_2 - 44 T_1 T_2 + 26 T_1^2 T_2 - 3 T_1^3 T_2 - 7 T_2^2 + 26 T_1 T_2^2 - 24 T_1^2 T_2^2 - 14 T_1^3 T_2^2 + 9 T_1^4 T_2^2 - 3 T_1 T_2^3 - 14 T_1^2 T_2^3 + 56 T_1^3 T_2^3 - 23 T_1^4 T_2^3 + 9 T_1^2 T_2^4 - 23 T_1^3 T_2^4 + 9 T_1^4 T_2^4 \right) \right\}, \right.$$

$$\text{Knot} [8, 8] \rightarrow \left\{ \frac{(2 - 2T + T^2)(1 - 2T + 2T^2)}{T^2}, \right.$$

$$-\frac{1}{T_1^5 T_2^4} \left(-17 + 51 T_1 - 77 T_1^2 + 51 T_1^3 - 17 T_1^4 + 51 T_2 - 126 T_1 T_2 + 150 T_1^2 T_2 - 30 T_1^3 T_2 - 30 T_1^4 T_2 + 27 T_1^5 T_2 - 77 T_2^2 + 150 T_1 T_2^2 - 117 T_1^2 T_2^2 - 113 T_1^3 T_2^2 + 135 T_1^4 T_2^2 - 66 T_1^5 T_2^2 - 5 T_1^6 T_2^2 + 51 T_2^3 - 30 T_1 T_2^3 - 113 T_1^2 T_2^3 + 336 T_1^3 T_2^3 - 186 T_1^4 T_2^3 - 5 T_1^5 T_2^3 + 78 T_1^6 T_2^3 - 21 T_1^7 T_2^3 - 17 T_2^4 - 30 T_1 T_2^4 + 135 T_1^2 T_2^4 - 186 T_1^3 T_2^4 - 60 T_1^4 T_2^4 + 222 T_1^5 T_2^4 - 153 T_1^6 T_2^4 + 18 T_1^7 T_2^4 + 15 T_1^8 T_2^4 + 27 T_1 T_2^5 - 66 T_1^2 T_2^5 - 5 T_1^3 T_2^5 + 222 T_1^4 T_2^5 - 300 T_1^5 T_2^5 + 103 T_1^6 T_2^5 + 42 T_1^7 T_2^5 - 45 T_1^8 T_2^5 - 5 T_1^2 T_2^6 + 78 T_1^3 T_2^6 - 153 T_1^4 T_2^6 + 103 T_1^5 T_2^6 + 99 T_1^6 T_2^6 - 138 T_1^7 T_2^6 + 67 T_1^8 T_2^6 - 21 T_1^3 T_2^7 + 18 T_1^4 T_2^7 + 42 T_1^5 T_2^7 - 138 T_1^6 T_2^7 + 114 T_1^7 T_2^7 - 45 T_1^8 T_2^7 + 15 T_1^4 T_2^8 - 45 T_1^5 T_2^8 + 67 T_1^6 T_2^8 - 45 T_1^7 T_2^8 + 15 T_1^8 T_2^8 \right) \left. \right\},$$

$$\text{Knot} [8, 9] \rightarrow \left\{ -\frac{(-1 + T - 2T^2 + T^3)(-1 + 2T - T^2 + T^3)}{T^3}, \right.$$

$$\frac{1}{T_1^7 T_2^6} (-1 + T_1 - 2T_1^2 + T_1^3)(-1 + 2T_1 - T_1^2 + T_1^3)(-1 + T_1 T_2)(1 + T_1 T_2)$$

$$\left. \left(-1 + T_2 - 2T_2^2 + T_2^3 \right) \left(-1 + 2T_2 - T_2^2 + T_2^3 \right) \left(3 - 6T_1 T_2 + 8T_1^2 T_2^2 - 6T_1^3 T_2^3 + 3T_1^4 T_2^4 \right) \right\},$$

$$\text{Knot} [8, 20] \rightarrow \left\{ \frac{(1 - T + T^2)^2}{T^2}, -\frac{1}{T_1^5 T_2^4} 2 \left(-1 + 2T_1 - 3T_1^2 + 2T_1^3 - T_1^4 + 2T_2 - 3T_1 T_2 + 4T_1^2 T_2 - T_1^3 T_2 + T_1^5 T_2 - 3T_2^2 + 4T_1 T_2^2 - 2T_1^2 T_2^2 - 4T_1^3 T_2^2 + 4T_1^4 T_2^2 - 2T_1^5 T_2^2 + 2T_2^3 - T_1 T_2^3 - 4T_1^2 T_2^3 + 5T_1^3 T_2^3 - 4T_1^4 T_2^3 - 4T_1^5 T_2^3 + 2T_1^6 T_2^3 - T_1^7 T_2^3 - T_2^4 + 4T_1 T_2^4 - T_1^2 T_2^4 + 3T_1^3 T_2^4 + 2T_1^4 T_2^4 + T_1^5 T_2^4 + T_1 T_2^5 - 2T_1^2 T_2^5 - 4T_1^3 T_2^5 + 3T_1^4 T_2^5 - 3T_1^5 T_2^5 - 4T_1^6 T_2^5 + T_1^7 T_2^5 - 2T_1^8 T_2^5 + 2T_1^3 T_2^6 + 2T_1^4 T_2^6 - 4T_1^5 T_2^6 + 8T_1^6 T_2^6 - 4T_1^7 T_2^6 + 3T_1^8 T_2^6 - T_1^3 T_2^7 + T_1^5 T_2^7 - 4T_1^6 T_2^7 + 3T_1^7 T_2^7 - 2T_1^8 T_2^7 + T_1^4 T_2^8 - 2T_1^5 T_2^8 + 3T_1^6 T_2^8 - 2T_1^7 T_2^8 + T_1^8 T_2^8 \right) \right\},$$

$$\text{Knot} [9, 27] \rightarrow \left\{ -\frac{(-1 + 2T - 3T^2 + T^3)(-1 + 3T - 2T^2 + T^3)}{T^3}, \right.$$

$$\frac{1}{T_1^7 T_2^6} \left(-3 + 15 T_1 - 33 T_1^2 + 45 T_1^3 - 33 T_1^4 + 15 T_1^5 - 3 T_1^6 + 15 T_2 - 65 T_1 T_2 + 115 T_1^2 T_2 - 115 T_1^3 T_2 + \right.$$

$$\begin{aligned}
 & 15 T_1^4 T_2 + 35 T_1^5 T_2 - 35 T_1^6 T_2 + 10 T_1^7 T_2 - 33 T_2^2 + 115 T_1 T_2^2 - 125 T_1^2 T_2^2 + T_1^3 T_2^2 + 265 T_1^4 T_2^2 - 219 T_1^5 T_2^2 + \\
 & 95 T_1^6 T_2^2 + 5 T_1^7 T_2^2 - 11 T_1^8 T_2^2 + 45 T_2^3 - 115 T_1 T_2^3 + T_1^2 T_2^3 + 268 T_1^3 T_2^3 - 554 T_1^4 T_2^3 + 156 T_1^5 T_2^3 + \\
 & 108 T_1^6 T_2^3 - 164 T_1^7 T_2^3 + 55 T_1^8 T_2^3 - 33 T_2^4 + 15 T_1 T_2^4 + 265 T_1^2 T_2^4 - 554 T_1^3 T_2^4 + 518 T_1^4 T_2^4 + 342 T_1^5 T_2^4 - \\
 & 542 T_1^6 T_2^4 + 286 T_1^7 T_2^4 - T_1^8 T_2^4 - 55 T_1^9 T_2^4 + 11 T_1^{10} T_2^4 + 15 T_2^5 + 35 T_1 T_2^5 - 219 T_1^2 T_2^5 + 156 T_1^3 T_2^5 + \\
 & 342 T_1^4 T_2^5 - 1095 T_1^5 T_2^5 + 705 T_1^6 T_2^5 + 67 T_1^7 T_2^5 - 294 T_1^8 T_2^5 + 166 T_1^9 T_2^5 - 5 T_1^{10} T_2^5 - 10 T_1^{11} T_2^5 - 3 T_2^6 - \\
 & 35 T_1 T_2^6 + 95 T_1^2 T_2^6 + 108 T_1^3 T_2^6 - 542 T_1^4 T_2^6 + 705 T_1^5 T_2^6 + 12 T_1^6 T_2^6 - 745 T_1^7 T_2^6 + 444 T_1^8 T_2^6 - 92 T_1^9 T_2^6 - \\
 & 97 T_1^{10} T_2^6 + 35 T_1^{11} T_2^6 + 3 T_1^{12} T_2^6 + 10 T_1 T_2^7 + 5 T_1^2 T_2^7 - 164 T_1^3 T_2^7 + 286 T_1^4 T_2^7 + 67 T_1^5 T_2^7 - 745 T_1^6 T_2^7 + \\
 & 1055 T_1^7 T_2^7 - 208 T_1^8 T_2^7 - 164 T_1^9 T_2^7 + 221 T_1^{10} T_2^7 - 35 T_1^{11} T_2^7 - 15 T_1^{12} T_2^7 - 11 T_1 T_2^8 + 55 T_1^2 T_2^8 - T_1^4 T_2^8 - \\
 & 294 T_1^5 T_2^8 + 444 T_1^6 T_2^8 - 208 T_1^7 T_2^8 - 616 T_1^8 T_2^8 + 546 T_1^9 T_2^8 - 267 T_1^{10} T_2^8 - 15 T_1^{11} T_2^8 + 33 T_1^{12} T_2^8 - \\
 & 55 T_1^4 T_2^9 + 166 T_1^5 T_2^9 - 92 T_1^6 T_2^9 - 164 T_1^7 T_2^9 + 546 T_1^8 T_2^9 - 252 T_1^9 T_2^9 + T_1^{10} T_2^9 + 115 T_1^{11} T_2^9 - 45 T_1^{12} T_2^9 + \\
 & 11 T_1^4 T_2^{10} - 5 T_1^5 T_2^{10} - 97 T_1^6 T_2^{10} + 221 T_1^7 T_2^{10} - 267 T_1^8 T_2^{10} + T_1^9 T_2^{10} + 123 T_1^{10} T_2^{10} - 115 T_1^{11} T_2^{10} + \\
 & 33 T_1^{12} T_2^{10} - 10 T_1^5 T_2^{11} + 35 T_1^6 T_2^{11} - 35 T_1^7 T_2^{11} - 15 T_1^8 T_2^{11} + 115 T_1^9 T_2^{11} - 115 T_1^{10} T_2^{11} + 65 T_1^{11} T_2^{11} - \\
 & 15 T_1^{12} T_2^{11} + 3 T_1^6 T_2^{12} - 15 T_1^7 T_2^{12} + 33 T_1^8 T_2^{12} - 45 T_1^9 T_2^{12} + 33 T_1^{10} T_2^{12} - 15 T_1^{11} T_2^{12} + 3 T_1^{12} T_2^{12} \Big\},
 \end{aligned}$$

$$\text{Knot}[9, 41] \rightarrow \left\{ \frac{(3 - 3T + T^2)(1 - 3T + 3T^2)}{T^2}, \right.$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{1}{T_1^5 T_2^4} \left(-51 + 201 T_1 - 315 T_1^2 + 201 T_1^3 - 51 T_1^4 + 201 T_2 - 698 T_1 T_2 + 880 T_1^2 T_2 - 236 T_1^3 T_2 - \right. \\
 & 158 T_1^4 T_2 + 93 T_1^5 T_2 - 315 T_2^2 + 880 T_1 T_2^2 - 519 T_1^2 T_2^2 - 1035 T_1^3 T_2^2 + 1305 T_1^4 T_2^2 - 488 T_1^5 T_2^2 + \\
 & 27 T_1^6 T_2^2 + 201 T_2^3 - 236 T_1 T_2^3 - 1035 T_1^2 T_2^3 + 2964 T_1^3 T_2^3 - 2484 T_1^4 T_2^3 + 333 T_1^5 T_2^3 + 376 T_1^6 T_2^3 - \\
 & 123 T_1^7 T_2^3 - 51 T_2^4 - 158 T_1 T_2^4 + 1305 T_1^2 T_2^4 - 2484 T_1^3 T_2^4 + 1188 T_1^4 T_2^4 + 1692 T_1^5 T_2^4 - \\
 & 1467 T_1^6 T_2^4 + 274 T_1^7 T_2^4 + 57 T_1^8 T_2^4 + 93 T_1 T_2^5 - 488 T_1^2 T_2^5 + 333 T_1^3 T_2^5 + 1692 T_1^4 T_2^5 - \\
 & 3756 T_1^5 T_2^5 + 1701 T_1^6 T_2^5 + 124 T_1^7 T_2^5 - 231 T_1^8 T_2^5 + 27 T_1^9 T_2^5 + 376 T_1^3 T_2^6 - 1467 T_1^4 T_2^6 + \\
 & 1701 T_1^5 T_2^6 + 357 T_1^6 T_2^6 - 992 T_1^7 T_2^6 + 369 T_1^8 T_2^6 - 123 T_1^3 T_2^7 + 274 T_1^4 T_2^7 + 124 T_1^5 T_2^7 - \\
 & \left. 992 T_1^6 T_2^7 + 814 T_1^7 T_2^7 - 231 T_1^8 T_2^7 + 57 T_1^4 T_2^8 - 231 T_1^5 T_2^8 + 369 T_1^6 T_2^8 - 231 T_1^7 T_2^8 + 57 T_1^8 T_2^8 \right),
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Knot}[9, 46] \rightarrow \left\{ - \frac{(-2 + T)(-1 + 2T)}{T}, \frac{1}{T_1^3 T_2^2} \left(-5 + 11 T_1 - 5 T_1^2 + 11 T_2 - 32 T_1 T_2 + \right. \right. \\
 38 T_1^2 T_2 - 9 T_1^3 T_2 - 5 T_2^2 + 38 T_1 T_2^2 - 72 T_1^2 T_2^2 - 2 T_1^3 T_2^2 + 11 T_1^4 T_2^2 - \\
 \left. \left. 9 T_1 T_2^3 - 2 T_1^2 T_2^3 + 68 T_1^3 T_2^3 - 29 T_1^4 T_2^3 + 11 T_1^2 T_2^4 - 29 T_1^3 T_2^4 + 11 T_1^4 T_2^4 \right) \right\},
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Knot}[10, 3] \rightarrow \left\{ - \frac{(-3 + 2T)(-2 + 3T)}{T}, \frac{1}{T_1^3 T_2^2} \left(-171 + 367 T_1 - 171 T_1^2 + 367 T_2 - 888 T_1 T_2 + \right. \right. \\
 594 T_1^2 T_2 - 101 T_1^3 T_2 - 171 T_2^2 + 594 T_1 T_2^2 - 420 T_1^2 T_2^2 - 342 T_1^3 T_2^2 + 261 T_1^4 T_2^2 - \\
 \left. \left. 101 T_1 T_2^3 - 342 T_1^2 T_2^3 + 1140 T_1^3 T_2^3 - 569 T_1^4 T_2^3 + 261 T_1^2 T_2^4 - 569 T_1^3 T_2^4 + 261 T_1^4 T_2^4 \right) \right\},
 \end{aligned}$$

$$\text{Knot}[10, 22] \rightarrow \left\{ - \frac{(-2 + 2T - 2T^2 + T^3)(-1 + 2T - 2T^2 + 2T^3)}{T^3}, \right.$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{T_1^7 T_2^6} \left(-25 + 75 T_1 - 125 T_1^2 + 163 T_1^3 - 125 T_1^4 + 75 T_1^5 - 25 T_1^6 + 75 T_2 - 174 T_1 T_2 + 222 T_1^2 T_2 - \right. \\
 & 234 T_1^3 T_2 + 42 T_1^4 T_2 + 30 T_1^5 T_2 - 78 T_1^6 T_2 + 51 T_1^7 T_2 - 125 T_2^2 + 222 T_1 T_2^2 - 211 T_1^2 T_2^2 + 189 T_1^3 T_2^2 + \\
 & 141 T_1^4 T_2^2 - 91 T_1^5 T_2^2 + 109 T_1^6 T_2^2 - 18 T_1^7 T_2^2 - 45 T_1^8 T_2^2 + 163 T_2^3 - 234 T_1 T_2^3 + 189 T_1^2 T_2^3 - 204 T_1^3 T_2^3 - \\
 & 184 T_1^4 T_2^3 - 52 T_1^5 T_2^3 + 6 T_1^6 T_2^3 - 111 T_1^7 T_2^3 + 114 T_1^8 T_2^3 + 7 T_1^9 T_2^3 - 125 T_2^4 + 42 T_1 T_2^4 + 141 T_1^2 T_2^4 - \\
 & 184 T_1^3 T_2^4 + 557 T_1^4 T_2^4 - 83 T_1^5 T_2^4 + 105 T_1^6 T_2^4 + 24 T_1^7 T_2^4 + 5 T_1^8 T_2^4 - 126 T_1^9 T_2^4 + 35 T_1^{10} T_2^4 + 75 T_2^5 + \\
 & 30 T_1 T_2^5 - 91 T_1^2 T_2^5 - 52 T_1^3 T_2^5 - 83 T_1^4 T_2^5 - 416 T_1^5 T_2^5 + 174 T_1^6 T_2^5 - 63 T_1^7 T_2^5 - 32 T_1^8 T_2^5 + 129 T_1^9 T_2^5 + \\
 & \left. 30 T_1^{10} T_2^5 - 45 T_1^{11} T_2^5 - 25 T_2^6 - 78 T_1 T_2^6 + 109 T_1^2 T_2^6 + 6 T_1^3 T_2^6 + 105 T_1^4 T_2^6 + 174 T_1^5 T_2^6 + 108 T_1^6 T_2^6 - \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 218 T_1^7 T_2^6 + 73 T_1^8 T_2^6 - 66 T_1^9 T_2^6 - 115 T_1^{10} T_2^6 + 66 T_1^{11} T_2^6 + 23 T_1^{12} T_2^6 + 51 T_1 T_2^7 - 18 T_1^2 T_2^7 - \\
 & 111 T_1^3 T_2^7 + 24 T_1^4 T_2^7 - 63 T_1^5 T_2^7 - 218 T_1^6 T_2^7 + 372 T_1^7 T_2^7 - 43 T_1^8 T_2^7 + 44 T_1^9 T_2^7 + 109 T_1^{10} T_2^7 - \\
 & 18 T_1^{11} T_2^7 - 69 T_1^{12} T_2^7 - 45 T_1^2 T_2^8 + 114 T_1^3 T_2^8 + 5 T_1^4 T_2^8 - 32 T_1^5 T_2^8 + 73 T_1^6 T_2^8 - 43 T_1^7 T_2^8 - 379 T_1^8 T_2^8 + \\
 & 176 T_1^9 T_2^8 - 131 T_1^{10} T_2^8 - 54 T_1^{11} T_2^8 + 115 T_1^{12} T_2^8 + 7 T_1^3 T_2^9 - 126 T_1^4 T_2^9 + 129 T_1^5 T_2^9 - 66 T_1^6 T_2^9 + \\
 & 44 T_1^7 T_2^9 + 176 T_1^8 T_2^9 + 144 T_1^9 T_2^9 - 171 T_1^{10} T_2^9 + 222 T_1^{11} T_2^9 - 149 T_1^{12} T_2^9 + 35 T_1^4 T_2^{10} + 30 T_1^5 T_2^{10} - \\
 & 115 T_1^6 T_2^{10} + 109 T_1^7 T_2^{10} - 131 T_1^8 T_2^{10} - 171 T_1^9 T_2^{10} + 205 T_1^{10} T_2^{10} - 210 T_1^{11} T_2^{10} + 115 T_1^{12} T_2^{10} - \\
 & 45 T_1^5 T_2^{11} + 66 T_1^6 T_2^{11} - 18 T_1^7 T_2^{11} - 54 T_1^8 T_2^{11} + 222 T_1^9 T_2^{11} - 210 T_1^{10} T_2^{11} + 162 T_1^{11} T_2^{11} - 69 T_1^{12} T_2^{11} + \\
 & 23 T_1^6 T_2^{12} - 69 T_1^7 T_2^{12} + 115 T_1^8 T_2^{12} - 149 T_1^9 T_2^{12} + 115 T_1^{10} T_2^{12} - 69 T_1^{11} T_2^{12} + 23 T_1^{12} T_2^{12} \Big) \Big\},
 \end{aligned}$$

$$\text{Knot}[10, 35] \rightarrow \left\{ \frac{(2 - 4 T + T^2) (1 - 4 T + 2 T^2)}{T^2}, \right.$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{1}{T_1^5 T_2^4} \left(-17 + 103 T_1 - 181 T_1^2 + 103 T_1^3 - 17 T_1^4 + 103 T_2 - 570 T_1 T_2 + 762 T_1^2 T_2 - 30 T_1^3 T_2 - 234 T_1^4 T_2 + \right. \\
 & 55 T_1^5 T_2 - 181 T_2^2 + 762 T_1 T_2^2 + 112 T_1^2 T_2^2 - 2442 T_1^3 T_2^2 + 1708 T_1^4 T_2^2 - 246 T_1^5 T_2^2 - 13 T_1^6 T_2^2 + 103 T_2^3 - \\
 & 30 T_1 T_2^3 - 2442 T_1^2 T_2^3 + 5136 T_1^3 T_2^3 - 2172 T_1^4 T_2^3 - 426 T_1^5 T_2^3 + 330 T_1^6 T_2^3 - 41 T_1^7 T_2^3 - 17 T_2^4 - 234 T_1 T_2^4 + \\
 & 1708 T_1^2 T_2^4 - 2172 T_1^3 T_2^4 - 1392 T_1^4 T_2^4 + 3108 T_1^5 T_2^4 - 1412 T_1^6 T_2^4 + 150 T_1^7 T_2^4 + 15 T_1^8 T_2^4 + 55 T_1 T_2^5 - \\
 & 246 T_1^2 T_2^5 - 426 T_1^3 T_2^5 + 3108 T_1^4 T_2^5 - 4200 T_1^5 T_2^5 + 1590 T_1^6 T_2^5 + 114 T_1^7 T_2^5 - 89 T_1^8 T_2^5 - 13 T_1^2 T_2^6 + \\
 & 330 T_1^3 T_2^6 - 1412 T_1^4 T_2^6 + 1590 T_1^5 T_2^6 + 184 T_1^6 T_2^6 - 678 T_1^7 T_2^6 + 155 T_1^8 T_2^6 - 41 T_1^3 T_2^7 + 150 T_1^4 T_2^7 + \\
 & 114 T_1^5 T_2^7 - 678 T_1^6 T_2^7 + 486 T_1^7 T_2^7 - 89 T_1^8 T_2^7 + 15 T_1^4 T_2^8 - 89 T_1^5 T_2^8 + 155 T_1^6 T_2^8 - 89 T_1^7 T_2^8 + 15 T_1^8 T_2^8 \Big) \Big\},
 \end{aligned}$$

$$\text{Knot}[10, 42] \rightarrow \left\{ - \frac{(-1 + 3 T - 4 T^2 + T^3) (-1 + 4 T - 3 T^2 + T^3)}{T^3}, \right.$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{1}{T_1^7 T_2^6} \left(-3 + 21 T_1 - 57 T_1^2 + 81 T_1^3 - 57 T_1^4 + 21 T_1^5 - 3 T_1^6 + 21 T_2 - 133 T_1 T_2 + 301 T_1^2 T_2 - 301 T_1^3 T_2 + \right. \\
 & 21 T_1^4 T_2 + 119 T_1^5 T_2 - 77 T_1^6 T_2 + 14 T_1^7 T_2 - 57 T_2^2 + 301 T_1 T_2^2 - 422 T_1^2 T_2^2 - 166 T_1^3 T_2^2 + 1164 T_1^4 T_2^2 - \\
 & 926 T_1^5 T_2^2 + 262 T_1^6 T_2^2 + 35 T_1^7 T_2^2 - 19 T_1^8 T_2^2 + 81 T_2^3 - 301 T_1 T_2^3 - 166 T_1^2 T_2^3 + 1864 T_1^3 T_2^3 - 3062 T_1^4 T_2^3 + \\
 & 950 T_1^5 T_2^3 + 674 T_1^6 T_2^3 - 641 T_1^7 T_2^3 + 133 T_1^8 T_2^3 - 57 T_2^4 + 21 T_1 T_2^4 + 1164 T_1^2 T_2^4 - 3062 T_1^3 T_2^4 + \\
 & 2392 T_1^4 T_2^4 + 2552 T_1^5 T_2^4 - 3800 T_1^6 T_2^4 + 1690 T_1^7 T_2^4 - 38 T_1^8 T_2^4 - 133 T_1^9 T_2^4 + 19 T_1^{10} T_2^4 + 21 T_2^5 + \\
 & 119 T_1 T_2^5 - 926 T_1^2 T_2^5 + 950 T_1^3 T_2^5 + 2552 T_1^4 T_2^5 - 7805 T_1^5 T_2^5 + 5699 T_1^6 T_2^5 - 279 T_1^7 T_2^5 - 1582 T_1^8 T_2^5 + \\
 & 689 T_1^9 T_2^5 - 35 T_1^{10} T_2^5 - 14 T_1^{11} T_2^5 - 3 T_2^6 - 77 T_1 T_2^6 + 262 T_1^2 T_2^6 + 674 T_1^3 T_2^6 - 3800 T_1^4 T_2^6 + 5699 T_1^5 T_2^6 - \\
 & 552 T_1^6 T_2^6 - 5255 T_1^7 T_2^6 + 4018 T_1^8 T_2^6 - 818 T_1^9 T_2^6 - 274 T_1^{10} T_2^6 + 77 T_1^{11} T_2^6 + 3 T_1^{12} T_2^6 + 14 T_1 T_2^7 + \\
 & 35 T_1^2 T_2^7 - 641 T_1^3 T_2^7 + 1690 T_1^4 T_2^7 - 279 T_1^5 T_2^7 - 5255 T_1^6 T_2^7 + 8249 T_1^7 T_2^7 - 3110 T_1^8 T_2^7 - 842 T_1^9 T_2^7 + \\
 & 974 T_1^{10} T_2^7 - 119 T_1^{11} T_2^7 - 21 T_1^{12} T_2^7 - 19 T_2^8 + 133 T_1^3 T_2^8 - 38 T_1^4 T_2^8 - 1582 T_1^5 T_2^8 + 4018 T_1^6 T_2^8 - \\
 & 3110 T_1^7 T_2^8 - 2174 T_1^8 T_2^8 + 3170 T_1^9 T_2^8 - 1240 T_1^{10} T_2^8 - 21 T_1^{11} T_2^8 + 57 T_1^{12} T_2^8 - 133 T_1^4 T_2^9 + 689 T_1^5 T_2^9 - \\
 & 818 T_1^6 T_2^9 - 842 T_1^7 T_2^9 + 3170 T_1^8 T_2^9 - 2008 T_1^9 T_2^9 + 214 T_1^{10} T_2^9 + 301 T_1^{11} T_2^9 - 81 T_1^{12} T_2^9 + 19 T_1^4 T_2^{10} - \\
 & 35 T_1^5 T_2^{10} - 274 T_1^6 T_2^{10} + 974 T_1^7 T_2^{10} - 1240 T_1^8 T_2^{10} + 214 T_1^9 T_2^{10} + 410 T_1^{10} T_2^{10} - 301 T_1^{11} T_2^{10} + \\
 & 57 T_1^{12} T_2^{10} - 14 T_1^5 T_2^{11} + 77 T_1^6 T_2^{11} - 119 T_1^7 T_2^{11} - 21 T_1^8 T_2^{11} + 301 T_1^9 T_2^{11} - 301 T_1^{10} T_2^{11} + 133 T_1^{11} T_2^{11} - \\
 & 21 T_1^{12} T_2^{11} + 3 T_1^6 T_2^{12} - 21 T_1^7 T_2^{12} + 57 T_1^8 T_2^{12} - 81 T_1^9 T_2^{12} + 57 T_1^{10} T_2^{12} - 21 T_1^{11} T_2^{12} + 3 T_1^{12} T_2^{12} \Big) \Big\},
 \end{aligned}$$

$$\text{Knot}[10, 48] \rightarrow \left\{ \frac{(1 - T + 2 T^2 - 2 T^3 + T^4) (1 - 2 T + 2 T^2 - T^3 + T^4)}{T^4}, \right.$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{1}{T_1^9 T_2^8} \left(-4 + 12 T_1 - 24 T_1^2 + 36 T_1^3 - 44 T_1^4 + 36 T_1^5 - 24 T_1^6 + 12 T_1^7 - 4 T_1^8 + 12 T_2 - 27 T_1 T_2 + 45 T_1^2 T_2 - \right. \\
 & 54 T_1^3 T_2 + 51 T_1^4 T_2 - 9 T_1^5 T_2 - 9 T_1^6 T_2 + 18 T_1^7 T_2 - 15 T_1^8 T_2 + 9 T_1^9 T_2 - 24 T_2^2 + 45 T_1 T_2^2 - 74 T_1^2 T_2^2 + \\
 & 88 T_1^3 T_2^2 - 91 T_1^4 T_2^2 + 26 T_1^5 T_2^2 - 31 T_1^6 T_2^2 + 16 T_1^7 T_2^2 - 14 T_1^8 T_2^2 + 9 T_1^9 T_2^2 - 12 T_1^{10} T_2^2 + 36 T_2^3 - \\
 & 54 T_1 T_2^3 + 88 T_1^2 T_2^3 - 97 T_1^3 T_2^3 + 100 T_1^4 T_2^3 - 3 T_1^5 T_2^3 + 42 T_1^6 T_2^3 - 8 T_1^7 T_2^3 + 11 T_1^8 T_2^3 - 2 T_1^9 T_2^3 +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 9 T_1^{10} T_2^3 + 9 T_1^{11} T_2^3 - 44 T_2^4 + 51 T_1 T_2^4 - 91 T_1^2 T_2^4 + 100 T_1^3 T_2^4 - 115 T_1^4 T_2^4 - 83 T_1^6 T_2^4 + 6 T_1^7 T_2^4 + T_1^8 T_2^4 - \\
 & 26 T_1^9 T_2^4 + 11 T_1^{10} T_2^4 - 27 T_1^{11} T_2^4 + 36 T_2^5 - 9 T_1 T_2^5 + 26 T_1^2 T_2^5 - 3 T_1^3 T_2^5 + 110 T_1^5 T_2^5 + 44 T_1^6 T_2^5 + \\
 & 44 T_1^7 T_2^5 - 16 T_1^8 T_2^5 + 9 T_1^9 T_2^5 + 24 T_1^{10} T_2^5 - T_1^{11} T_2^5 + 27 T_1^{12} T_2^5 - 9 T_1^{13} T_2^5 - 24 T_2^6 - 9 T_1 T_2^6 - 31 T_1^2 T_2^6 + \\
 & 42 T_1^3 T_2^6 - 83 T_1^4 T_2^6 + 44 T_1^5 T_2^6 - 212 T_1^6 T_2^6 + 38 T_1^7 T_2^6 - 20 T_1^8 T_2^6 + 8 T_1^9 T_2^6 + T_1^{10} T_2^6 - 30 T_1^{11} T_2^6 - \\
 & 7 T_1^{12} T_2^6 - 9 T_1^{13} T_2^6 + 12 T_1^{14} T_2^6 + 12 T_2^7 + 18 T_1 T_2^7 + 16 T_1^2 T_2^7 - 8 T_1^3 T_2^7 + 6 T_1^4 T_2^7 + 44 T_1^5 T_2^7 + 38 T_1^6 T_2^7 + \\
 & 158 T_1^7 T_2^7 - 118 T_1^8 T_2^7 + 29 T_1^9 T_2^7 - 28 T_1^{10} T_2^7 + 9 T_1^{11} T_2^7 + 28 T_1^{12} T_2^7 - 2 T_1^{13} T_2^7 - 9 T_1^{14} T_2^7 - 9 T_1^{15} T_2^7 - \\
 & 4 T_2^8 - 15 T_1 T_2^8 - 14 T_1^2 T_2^8 + 11 T_1^3 T_2^8 + T_1^4 T_2^8 - 16 T_1^5 T_2^8 - 20 T_1^6 T_2^8 - 118 T_1^7 T_2^8 + 48 T_1^8 T_2^8 + 74 T_1^9 T_2^8 + \\
 & 10 T_1^{10} T_2^8 + 20 T_1^{11} T_2^8 - 19 T_1^{12} T_2^8 - 7 T_1^{13} T_2^8 + 16 T_1^{14} T_2^8 + 15 T_1^{15} T_2^8 + 4 T_1^{16} T_2^8 + 9 T_1 T_2^9 + 9 T_1^2 T_2^9 - \\
 & 2 T_1^3 T_2^9 - 26 T_1^4 T_2^9 + 9 T_1^5 T_2^9 + 8 T_1^6 T_2^9 + 29 T_1^7 T_2^9 + 74 T_1^8 T_2^9 - 202 T_1^9 T_2^9 + 20 T_1^{10} T_2^9 - 64 T_1^{11} T_2^9 + \\
 & 12 T_1^{12} T_2^9 + 10 T_1^{13} T_2^9 - 20 T_1^{14} T_2^9 - 18 T_1^{15} T_2^9 - 12 T_1^{16} T_2^9 - 12 T_1^2 T_2^{10} + 9 T_1^3 T_2^{10} + 11 T_1^4 T_2^{10} + \\
 & 24 T_1^5 T_2^{10} + T_1^6 T_2^{10} - 28 T_1^7 T_2^{10} + 10 T_1^8 T_2^{10} + 20 T_1^9 T_2^{10} + 202 T_1^{10} T_2^{10} - 64 T_1^{11} T_2^{10} + 85 T_1^{12} T_2^{10} - \\
 & 48 T_1^{13} T_2^{10} + 35 T_1^{14} T_2^{10} + 9 T_1^{15} T_2^{10} + 24 T_1^{16} T_2^{10} + 9 T_1^3 T_2^{11} - 27 T_1^4 T_2^{11} - T_1^5 T_2^{11} - 30 T_1^6 T_2^{11} + \\
 & 9 T_1^7 T_2^{11} + 20 T_1^8 T_2^{11} - 64 T_1^9 T_2^{11} - 64 T_1^{10} T_2^{11} - 106 T_1^{11} T_2^{11} + 18 T_1^{12} T_2^{11} - 3 T_1^{13} T_2^{11} - 28 T_1^{14} T_2^{11} + \\
 & 9 T_1^{15} T_2^{11} - 36 T_1^{16} T_2^{11} + 27 T_1^5 T_2^{12} - 7 T_1^6 T_2^{12} + 28 T_1^7 T_2^{12} - 19 T_1^8 T_2^{12} + 12 T_1^9 T_2^{12} + 85 T_1^{10} T_2^{12} + \\
 & 18 T_1^{11} T_2^{12} + 97 T_1^{12} T_2^{12} - 98 T_1^{13} T_2^{12} + 95 T_1^{14} T_2^{12} - 51 T_1^{15} T_2^{12} + 44 T_1^{16} T_2^{12} - 9 T_1^5 T_2^{13} - 9 T_1^6 T_2^{13} - \\
 & 2 T_1^7 T_2^{13} - 7 T_1^8 T_2^{13} + 10 T_1^9 T_2^{13} - 48 T_1^{10} T_2^{13} - 3 T_1^{11} T_2^{13} - 98 T_1^{12} T_2^{13} + 101 T_1^{13} T_2^{13} - 92 T_1^{14} T_2^{13} + \\
 & 54 T_1^{15} T_2^{13} - 36 T_1^{16} T_2^{13} + 12 T_1^6 T_2^{14} - 9 T_1^7 T_2^{14} + 16 T_1^8 T_2^{14} - 20 T_1^9 T_2^{14} + 35 T_1^{10} T_2^{14} - 28 T_1^{11} T_2^{14} + \\
 & 95 T_1^{12} T_2^{14} - 92 T_1^{13} T_2^{14} + 76 T_1^{14} T_2^{14} - 45 T_1^{15} T_2^{14} + 24 T_1^{16} T_2^{14} - 9 T_1^7 T_2^{15} + 15 T_1^8 T_2^{15} - 18 T_1^9 T_2^{15} + \\
 & 9 T_1^{10} T_2^{15} + 9 T_1^{11} T_2^{15} - 51 T_1^{12} T_2^{15} + 54 T_1^{13} T_2^{15} - 45 T_1^{14} T_2^{15} + 27 T_1^{15} T_2^{15} - 12 T_1^{16} T_2^{15} + 4 T_1^8 T_2^{16} - \\
 & 12 T_1^9 T_2^{16} + 24 T_1^{10} T_2^{16} - 36 T_1^{11} T_2^{16} + 44 T_1^{12} T_2^{16} - 36 T_1^{13} T_2^{16} + 24 T_1^{14} T_2^{16} - 12 T_1^{15} T_2^{16} + 4 T_1^{16} T_2^{16} \Big) \Big\},
 \end{aligned}$$

$$\text{Knot}[10, 75] \rightarrow \left\{ - \frac{(-1 + 3 T - 4 T^2 + T^3) (-1 + 4 T - 3 T^2 + T^3)}{T^3}, \right.$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{T_1^7 T_2^6} \left(-3 + 21 T_1 - 57 T_1^2 + 81 T_1^3 - 57 T_1^4 + 21 T_1^5 - 3 T_1^6 + 21 T_2 - 133 T_1 T_2 + 301 T_1^2 T_2 - 301 T_1^3 T_2 + \right. \\
 & 21 T_1^4 T_2 + 119 T_1^5 T_2 - 77 T_1^6 T_2 + 14 T_1^7 T_2 - 57 T_2^2 + 301 T_1 T_2^2 - 414 T_1^2 T_2^2 - 198 T_1^3 T_2^2 + 1218 T_1^4 T_2^2 - \\
 & 958 T_1^5 T_2^2 + 270 T_1^6 T_2^2 + 35 T_1^7 T_2^2 - 19 T_1^8 T_2^2 + 81 T_2^3 - 301 T_1 T_2^3 - 198 T_1^2 T_2^3 + 1954 T_1^3 T_2^3 - 3148 T_1^4 T_2^3 + \\
 & 864 T_1^5 T_2^3 + 764 T_1^6 T_2^3 - 673 T_1^7 T_2^3 + 133 T_1^8 T_2^3 - 57 T_2^4 + 21 T_1 T_2^4 + 1218 T_1^2 T_2^4 - 3148 T_1^3 T_2^4 + \\
 & 2358 T_1^4 T_2^4 + 2906 T_1^5 T_2^4 - 3834 T_1^6 T_2^4 + 1604 T_1^7 T_2^4 + 16 T_1^8 T_2^4 - 133 T_1^9 T_2^4 + 19 T_1^{10} T_2^4 + 21 T_2^5 + \\
 & 119 T_1 T_2^5 - 958 T_1^2 T_2^5 + 864 T_1^3 T_2^5 + 2906 T_1^4 T_2^5 - 8283 T_1^5 T_2^5 + 5221 T_1^6 T_2^5 + 75 T_1^7 T_2^5 - 1668 T_1^8 T_2^5 + \\
 & 657 T_1^9 T_2^5 - 35 T_1^{10} T_2^5 - 14 T_1^{11} T_2^5 - 3 T_2^6 - 77 T_1 T_2^6 + 270 T_1^2 T_2^6 + 764 T_1^3 T_2^6 - 3834 T_1^4 T_2^6 + 5221 T_1^5 T_2^6 + \\
 & 900 T_1^6 T_2^6 - 5733 T_1^7 T_2^6 + 3984 T_1^8 T_2^6 - 728 T_1^9 T_2^6 - 266 T_1^{10} T_2^6 + 77 T_1^{11} T_2^6 + 3 T_1^{12} T_2^6 + 14 T_1 T_2^7 + \\
 & 35 T_1^2 T_2^7 - 673 T_1^3 T_2^7 + 1604 T_1^4 T_2^7 + 75 T_1^5 T_2^7 - 5733 T_1^6 T_2^7 + 7771 T_1^7 T_2^7 - 2756 T_1^8 T_2^7 - 928 T_1^9 T_2^7 + \\
 & 942 T_1^{10} T_2^7 - 119 T_1^{11} T_2^7 - 21 T_1^{12} T_2^7 - 19 T_2^8 + 133 T_1^3 T_2^8 + 16 T_1^4 T_2^8 - 1668 T_1^5 T_2^8 + 3984 T_1^6 T_2^8 - \\
 & 2756 T_1^7 T_2^8 - 2208 T_1^8 T_2^8 + 3084 T_1^9 T_2^8 - 1186 T_1^{10} T_2^8 - 21 T_1^{11} T_2^8 + 57 T_1^{12} T_2^8 - 133 T_1^4 T_2^9 + 657 T_1^5 T_2^9 - \\
 & 728 T_1^6 T_2^9 - 928 T_1^7 T_2^9 + 3084 T_1^8 T_2^9 - 1918 T_1^9 T_2^9 + 182 T_1^{10} T_2^9 + 301 T_1^{11} T_2^9 - 81 T_1^{12} T_2^9 + 19 T_1^4 T_2^{10} - \\
 & 35 T_1^5 T_2^{10} - 266 T_1^6 T_2^{10} + 942 T_1^7 T_2^{10} - 1186 T_1^8 T_2^{10} + 182 T_1^9 T_2^{10} + 418 T_1^{10} T_2^{10} - 301 T_1^{11} T_2^{10} + \\
 & 57 T_1^{12} T_2^{10} - 14 T_1^5 T_2^{11} + 77 T_1^6 T_2^{11} - 119 T_1^7 T_2^{11} - 21 T_1^8 T_2^{11} + 301 T_1^9 T_2^{11} - 301 T_1^{10} T_2^{11} + 133 T_1^{11} T_2^{11} - \\
 & 21 T_1^{12} T_2^{11} + 3 T_1^6 T_2^{12} - 21 T_1^7 T_2^{12} + 57 T_1^8 T_2^{12} - 81 T_1^9 T_2^{12} + 57 T_1^{10} T_2^{12} - 21 T_1^{11} T_2^{12} + 3 T_1^{12} T_2^{12} \Big) \Big\},
 \end{aligned}$$

$$\text{Knot}[10, 87] \rightarrow \left\{ - \frac{(-2 + T) (-1 + 2 T) (1 - T + T^2)^2}{T^3}, \right.$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{T_1^7 T_2^6} \left(-25 + 112 T_1 - 224 T_1^2 + 287 T_1^3 - 224 T_1^4 + 112 T_1^5 - 25 T_1^6 + 112 T_2 - 426 T_1 T_2 + 664 T_1^2 T_2 - \right. \\
 & 606 T_1^3 T_2 + 132 T_1^4 T_2 + 178 T_1^5 T_2 - 228 T_1^6 T_2 + 76 T_1^7 T_2 - 224 T_2^2 + 664 T_1 T_2^2 - 570 T_1^2 T_2^2 - \\
 & 95 T_1^3 T_2^2 + 1152 T_1^4 T_2^2 - 1103 T_1^5 T_2^2 + 582 T_1^6 T_2^2 + 16 T_1^7 T_2^2 - 80 T_1^8 T_2^2 + 287 T_2^3 - 606 T_1 T_2^3 -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 95 T_1^2 T_2^3 + 1138 T_1^3 T_2^3 - 2061 T_1^4 T_2^3 + 855 T_1^5 T_2^3 + 214 T_1^6 T_2^3 - 797 T_1^7 T_2^3 + 312 T_1^8 T_2^3 + 11 T_1^9 T_2^3 - \\
 & 224 T_2^4 + 132 T_1 T_2^4 + 1152 T_1^2 T_2^4 - 2061 T_1^3 T_2^4 + 2114 T_1^4 T_2^4 + 358 T_1^5 T_2^4 - 1378 T_1^6 T_2^4 + 1251 T_1^7 T_2^4 + \\
 & 18 T_1^8 T_2^4 - 336 T_1^9 T_2^4 + 64 T_1^{10} T_2^4 + 112 T_2^5 + 178 T_1 T_2^5 - 1103 T_1^2 T_2^5 + 855 T_1^3 T_2^5 + 358 T_1^4 T_2^5 - \\
 & 2758 T_1^5 T_2^5 + 2084 T_1^6 T_2^5 - 290 T_1^7 T_2^5 - 1269 T_1^8 T_2^5 + 823 T_1^9 T_2^5 + 16 T_1^{10} T_2^5 - 68 T_1^{11} T_2^5 - 25 T_2^6 - \\
 & 228 T_1 T_2^6 + 582 T_1^2 T_2^6 + 214 T_1^3 T_2^6 - 1378 T_1^4 T_2^6 + 2084 T_1^5 T_2^6 + 72 T_1^6 T_2^6 - 2020 T_1^7 T_2^6 + 1970 T_1^8 T_2^6 - \\
 & 338 T_1^9 T_2^6 - 606 T_1^{10} T_2^6 + 204 T_1^{11} T_2^6 + 23 T_1^{12} T_2^6 + 76 T_1 T_2^7 + 16 T_1^2 T_2^7 - 797 T_1^3 T_2^7 + 1251 T_1^4 T_2^7 - \\
 & 290 T_1^5 T_2^7 - 2020 T_1^6 T_2^7 + 2822 T_1^7 T_2^7 - 938 T_1^8 T_2^7 - 873 T_1^9 T_2^7 + 1129 T_1^{10} T_2^7 - 146 T_1^{11} T_2^7 - 104 T_1^{12} T_2^7 - \\
 & 80 T_1^2 T_2^8 + 312 T_1^3 T_2^8 + 18 T_1^4 T_2^8 - 1269 T_1^5 T_2^8 + 1970 T_1^6 T_2^8 - 938 T_1^7 T_2^8 - 1522 T_1^8 T_2^8 + 2043 T_1^9 T_2^8 - \\
 & 1116 T_1^{10} T_2^8 - 156 T_1^{11} T_2^8 + 208 T_1^{12} T_2^8 + 11 T_1^3 T_2^9 - 336 T_1^4 T_2^9 + 823 T_1^5 T_2^9 - 338 T_1^6 T_2^9 - 873 T_1^7 T_2^9 + \\
 & 2043 T_1^8 T_2^9 - 1262 T_1^9 T_2^9 + 121 T_1^{10} T_2^9 + 582 T_1^{11} T_2^9 - 265 T_1^{12} T_2^9 + 64 T_1^4 T_2^{10} + 16 T_1^5 T_2^{10} - 606 T_1^6 T_2^{10} + \\
 & 1129 T_1^7 T_2^{10} - 1116 T_1^8 T_2^{10} + 121 T_1^9 T_2^{10} + 546 T_1^{10} T_2^{10} - 632 T_1^{11} T_2^{10} + 208 T_1^{12} T_2^{10} - 68 T_1^5 T_2^{11} + \\
 & 204 T_1^6 T_2^{11} - 146 T_1^7 T_2^{11} - 156 T_1^8 T_2^{11} + 582 T_1^9 T_2^{11} - 632 T_1^{10} T_2^{11} + 402 T_1^{11} T_2^{11} - 104 T_1^{12} T_2^{11} + 23 T_1^6 T_2^{12} - \\
 & 104 T_1^7 T_2^{12} + 208 T_1^8 T_2^{12} - 265 T_1^9 T_2^{12} + 208 T_1^{10} T_2^{12} - 104 T_1^{11} T_2^{12} + 23 T_1^{12} T_2^{12} \}, \text{Knot [10, 99]} \rightarrow \\
 & \left\{ \frac{(1 - T + T^2)^4}{T^4}, - \frac{4 (1 - T_1 + T_1^2)^4 (-1 + T_1 T_2) (1 + T_1 T_2) (1 - T_2 + T_2^2)^4 (1 - T_1 T_2 + T_1^2 T_2^2)^3}{T_1^9 T_2^8} \right\},
 \end{aligned}$$

Knot [10, 123] →

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \frac{(1 - 3 T + 3 T^2 - 3 T^3 + T^4)^2}{T^4}, \right. \\
 & \left. - \frac{1}{T_1^9 T_2^8} 2 (1 - 3 T_1 + 3 T_1^2 - 3 T_1^3 + T_1^4)^2 (-1 + T_1 T_2) (1 + T_1 T_2) (2 - 3 T_1 T_2 + 2 T_1^2 T_2^2) \right. \\
 & \left. (1 - 3 T_2 + 3 T_2^2 - 3 T_2^3 + T_2^4)^2 (1 - 3 T_1 T_2 + 3 T_1^2 T_2^2 - 3 T_1^3 T_2^3 + T_1^4 T_2^4) \right\},
 \end{aligned}$$

Knot [10, 129] → $\left\{ \frac{(2 - 2 T + T^2) (1 - 2 T + 2 T^2)}{T^2}, \right.$

$$\begin{aligned}
 & \left. - \frac{1}{T_1^5 T_2^4} (-17 + 50 T_1 - 75 T_1^2 + 50 T_1^3 - 17 T_1^4 + 50 T_2 - 124 T_1 T_2 + 146 T_1^2 T_2 - 34 T_1^3 T_2 - 28 T_1^4 T_2 + \right. \\
 & 26 T_1^5 T_2 - 75 T_2^2 + 146 T_1 T_2^2 - 77 T_1^2 T_2^2 - 151 T_1^3 T_2^2 + 175 T_1^4 T_2^2 - 70 T_1^5 T_2^2 - 3 T_1^6 T_2^2 + 50 T_2^3 - \\
 & 34 T_1 T_2^3 - 151 T_1^2 T_2^3 + 332 T_1^3 T_2^3 - 190 T_1^4 T_2^3 - 43 T_1^5 T_2^3 + 74 T_1^6 T_2^3 - 22 T_1^7 T_2^3 - 17 T_2^4 - 28 T_1 T_2^4 + \\
 & 175 T_1^2 T_2^4 - 190 T_1^3 T_2^4 - 12 T_1^4 T_2^4 + 218 T_1^5 T_2^4 - 113 T_1^6 T_2^4 + 20 T_1^7 T_2^4 + 15 T_1^8 T_2^4 + 26 T_1 T_2^5 - \\
 & 70 T_1^2 T_2^5 - 43 T_1^3 T_2^5 + 218 T_1^4 T_2^5 - 304 T_1^5 T_2^5 + 65 T_1^6 T_2^5 + 38 T_1^7 T_2^5 - 46 T_1^8 T_2^5 - 3 T_1^9 T_2^5 + 74 T_1^{10} T_2^5 - \\
 & 113 T_1^4 T_2^6 + 65 T_1^5 T_2^6 + 139 T_1^6 T_2^6 - 142 T_1^7 T_2^6 + 69 T_1^8 T_2^6 - 22 T_1^9 T_2^6 + 20 T_1^4 T_2^7 + 38 T_1^5 T_2^7 - \\
 & \left. 142 T_1^6 T_2^7 + 116 T_1^7 T_2^7 - 46 T_1^8 T_2^7 + 15 T_1^4 T_2^8 - 46 T_1^5 T_2^8 + 69 T_1^6 T_2^8 - 46 T_1^7 T_2^8 + 15 T_1^8 T_2^8) \right\},
 \end{aligned}$$

Knot [10, 137] → $\left\{ \frac{(1 - 3 T + T^2)^2}{T^2}, - \frac{1}{T_1^5 T_2^4} 2 (1 - 3 T_1 + T_1^2) (1 - 3 T_2 + T_2^2) \right.$

$$\begin{aligned}
 & \left. (1 - 3 T_1 T_2 + T_1^2 T_2^2) (-1 + 3 T_1 - T_1^2 + 3 T_2 - 8 T_1 T_2 + 4 T_1^2 T_2 - T_2^2 + 4 T_1 T_2^2 - \right. \\
 & \left. 6 T_1^2 T_2^2 - 2 T_1^3 T_2^2 + T_1^4 T_2^2 - 2 T_1^2 T_2^3 + 10 T_1^3 T_2^3 - 3 T_1^4 T_2^3 + T_1^2 T_2^4 - 3 T_1^3 T_2^4 + T_1^4 T_2^4) \right\},
 \end{aligned}$$

Knot [10, 140] → $\left\{ \frac{(1 - T + T^2)^2}{T^2}, - \frac{1}{T_1^5 T_2^4} 2 (-1 + 2 T_1 - 3 T_1^2 + 2 T_1^3 - T_1^4 + 2 T_2 - 3 T_1 T_2 + 4 T_1^2 T_2 - \right.$

$$\begin{aligned}
 & \left. T_1^3 T_2 + T_1^5 T_2 - 3 T_2^2 + 4 T_1 T_2^2 + T_1^2 T_2^2 - 8 T_1^3 T_2^2 + 7 T_1^4 T_2^2 - 2 T_1^5 T_2^2 + 2 T_2^3 - T_1 T_2^3 - 8 T_1^2 T_2^3 + 6 T_1^3 T_2^3 - \right. \\
 & 8 T_1^5 T_2^3 + 2 T_1^6 T_2^3 - T_1^7 T_2^3 - T_2^4 + 7 T_1^2 T_2^4 + 4 T_1^3 T_2^4 + 5 T_1^4 T_2^4 + T_1^5 T_2^4 + T_1 T_2^5 - 2 T_1^2 T_2^5 - 8 T_1^3 T_2^5 + \\
 & \left. 4 T_1^4 T_2^5 - 2 T_1^5 T_2^5 - 8 T_1^6 T_2^5 + T_1^7 T_2^5 - 2 T_1^8 T_2^5 + 2 T_1^3 T_2^6 + 5 T_1^4 T_2^6 - 8 T_1^5 T_2^6 + 11 T_1^6 T_2^6 - 4 T_1^7 T_2^6 + \right.
 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned}
& 3 T_1^8 T_2^6 - T_1^3 T_2^7 + T_1^5 T_2^7 - 4 T_1^6 T_2^7 + 3 T_1^7 T_2^7 - 2 T_1^8 T_2^7 + T_1^4 T_2^8 - 2 T_1^5 T_2^8 + 3 T_1^6 T_2^8 - 2 T_1^7 T_2^8 + T_1^8 T_2^8 \right\}, \\
\text{Knot}[10, 153] \rightarrow & \left\{ \frac{(1 - T + T^3)(1 - T^2 + T^3)}{T^3}, -\frac{1}{T_1^7 T_2^6} (-2 + 2 T_1 + 2 T_1^2 - 6 T_1^3 + 2 T_1^4 + 2 T_1^5 - 2 T_1^6 + \right. \\
& 2 T_2 - 3 T_1 T_2 + 3 T_1^3 T_2 - T_1^4 T_2 - T_1^6 T_2 + T_1^7 T_2 + 2 T_2^2 - 2 T_1^2 T_2^2 + 6 T_1^3 T_2^2 - 2 T_1^5 T_2^2 + 2 T_1^6 T_2^2 + 2 T_1^7 T_2^2 - \\
& 6 T_2^3 + 3 T_1 T_2^3 + 6 T_1^2 T_2^3 - 14 T_1^3 T_2^3 - 2 T_1^4 T_2^3 + 2 T_1^5 T_2^3 + 4 T_1^6 T_2^3 - 5 T_1^7 T_2^3 - 5 T_1^8 T_2^3 + 3 T_1^9 T_2^3 + 2 T_2^4 - \\
& T_1 T_2^4 - 2 T_1^3 T_2^4 + 5 T_1^4 T_2^4 + 7 T_1^5 T_2^4 - 11 T_1^6 T_2^4 - 2 T_1^7 T_2^4 + 10 T_1^8 T_2^4 - 3 T_1^9 T_2^4 - 2 T_1^{10} T_2^4 + 2 T_2^5 - 2 T_1^2 T_2^5 + \\
& 2 T_1^3 T_2^5 + 7 T_1^4 T_2^5 - 5 T_1^5 T_2^5 - 7 T_1^6 T_2^5 + 18 T_1^7 T_2^5 - 10 T_1^8 T_2^5 - 3 T_1^9 T_2^5 + 8 T_1^{10} T_2^5 - 3 T_1^{11} T_2^5 - 2 T_2^6 - T_1 T_2^6 + \\
& 2 T_1^2 T_2^6 + 4 T_1^3 T_2^6 - 11 T_1^4 T_2^6 - 7 T_1^5 T_2^6 + 24 T_1^6 T_2^6 - 13 T_1^7 T_2^6 - 9 T_1^8 T_2^6 + 16 T_1^9 T_2^6 - 6 T_1^{10} T_2^6 - 3 T_1^{11} T_2^6 + \\
& 4 T_1^{12} T_2^6 + T_1 T_2^7 + 2 T_1^2 T_2^7 - 5 T_1^3 T_2^7 - 2 T_1^4 T_2^7 + 18 T_1^5 T_2^7 - 13 T_1^6 T_2^7 - 15 T_1^7 T_2^7 + 29 T_1^8 T_2^7 - 14 T_1^9 T_2^7 - \\
& 6 T_1^{10} T_2^7 + 10 T_1^{11} T_2^7 - 4 T_1^{12} T_2^7 - 5 T_1^3 T_2^8 + 10 T_1^4 T_2^8 - 10 T_1^5 T_2^8 - 9 T_1^6 T_2^8 + 29 T_1^7 T_2^8 - 25 T_1^8 T_2^8 - 10 T_1^9 T_2^8 + \\
& 20 T_1^{10} T_2^8 - 7 T_1^{11} T_2^8 - 4 T_1^{12} T_2^8 + 3 T_1^3 T_2^9 - 3 T_1^4 T_2^9 - 3 T_1^5 T_2^9 + 16 T_1^6 T_2^9 - 14 T_1^7 T_2^9 - 10 T_1^8 T_2^9 + 34 T_1^9 T_2^9 - \\
& 14 T_1^{10} T_2^9 - 11 T_1^{11} T_2^9 + 12 T_1^{12} T_2^9 - 2 T_1^4 T_2^{10} + 8 T_1^5 T_2^{10} - 6 T_1^6 T_2^{10} - 6 T_1^7 T_2^{10} + 20 T_1^8 T_2^{10} - 14 T_1^9 T_2^{10} - \\
& 2 T_1^{10} T_2^{10} + 10 T_1^{11} T_2^{10} - 4 T_1^{12} T_2^{10} - 3 T_1^5 T_2^{11} - 3 T_1^6 T_2^{11} + 10 T_1^7 T_2^{11} - 7 T_1^8 T_2^{11} - 11 T_1^9 T_2^{11} + 10 T_1^{10} T_2^{11} - \\
& T_1^{11} T_2^{11} - 4 T_1^{12} T_2^{11} + 4 T_1^6 T_2^{12} - 4 T_1^7 T_2^{12} - 4 T_1^8 T_2^{12} + 12 T_1^9 T_2^{12} - 4 T_1^{10} T_2^{12} - 4 T_1^{11} T_2^{12} + 4 T_1^{12} T_2^{12} \left. \right\},
\end{aligned}$$

$$\text{Knot}[10, 155] \rightarrow \left\{ -\frac{(-1 + T - 2 T^2 + T^3)(-1 + 2 T - T^2 + T^3)}{T^3}, \right. \\
\frac{1}{T_1^7 T_2^6} (-3 + 9 T_1 - 15 T_1^2 + 21 T_1^3 - 15 T_1^4 + 9 T_1^5 - 3 T_1^6 + 9 T_2 - 21 T_1 T_2 + 27 T_1^2 T_2 - 33 T_1^3 T_2 + 3 T_1^4 T_2 + \\
3 T_1^5 T_2 - 9 T_1^6 T_2 + 6 T_1^7 T_2 - 15 T_2^2 + 27 T_1 T_2^2 - 28 T_1^2 T_2^2 + 38 T_1^3 T_2^2 + 16 T_1^4 T_2^2 - 2 T_1^5 T_2^2 + 12 T_1^6 T_2^2 - \\
3 T_1^7 T_2^2 - 5 T_1^8 T_2^2 + 21 T_2^3 - 33 T_1 T_2^3 + 38 T_1^2 T_2^3 - 64 T_1^3 T_2^3 - 24 T_1^4 T_2^3 - 12 T_1^5 T_2^3 - 16 T_1^6 T_2^3 - 7 T_1^7 T_2^3 + \\
15 T_1^8 T_2^3 - 15 T_2^4 + 3 T_1 T_2^4 + 16 T_1^2 T_2^4 - 24 T_1^3 T_2^4 + 15 T_1^4 T_2^4 - 53 T_1^5 T_2^4 + 63 T_1^6 T_2^4 + 4 T_1^7 T_2^4 - 10 T_1^8 T_2^4 - \\
15 T_1^9 T_2^4 + 5 T_1^{10} T_2^4 + 9 T_2^5 + 3 T_1 T_2^5 - 2 T_1^2 T_2^5 - 12 T_1^3 T_2^5 - 53 T_1^4 T_2^5 - 91 T_1^5 T_2^5 + 29 T_1^6 T_2^5 - 48 T_1^7 T_2^5 + \\
8 T_1^8 T_2^5 + 23 T_1^9 T_2^5 + 3 T_1^{10} T_2^5 - 6 T_1^{11} T_2^5 - 3 T_2^6 - 9 T_1 T_2^6 + 12 T_1^2 T_2^6 - 16 T_1^3 T_2^6 + 63 T_1^4 T_2^6 + 29 T_1^5 T_2^6 + \\
60 T_1^6 T_2^6 - 45 T_1^7 T_2^6 + 41 T_1^8 T_2^6 - 28 T_1^9 T_2^6 - 16 T_1^{10} T_2^6 + 9 T_1^{11} T_2^6 + 3 T_1^{12} T_2^6 + 6 T_1 T_2^7 - 3 T_1^2 T_2^7 - 7 T_1^3 T_2^7 + \\
4 T_1^4 T_2^7 - 48 T_1^5 T_2^7 - 45 T_1^6 T_2^7 + 75 T_1^7 T_2^7 - 43 T_1^8 T_2^7 + 24 T_1^9 T_2^7 + 18 T_1^{10} T_2^7 - 3 T_1^{11} T_2^7 - 9 T_1^{12} T_2^7 - \\
5 T_1^2 T_2^8 + 15 T_1^3 T_2^8 - 10 T_1^4 T_2^8 + 8 T_1^5 T_2^8 + 41 T_1^6 T_2^8 - 43 T_1^7 T_2^8 - 47 T_1^8 T_2^8 + 36 T_1^9 T_2^8 - 36 T_1^{10} T_2^8 - \\
3 T_1^{11} T_2^8 + 15 T_1^{12} T_2^8 - 15 T_1^4 T_2^9 + 23 T_1^5 T_2^9 - 28 T_1^6 T_2^9 + 24 T_1^7 T_2^9 + 36 T_1^8 T_2^9 + 20 T_1^9 T_2^9 - 22 T_1^{10} T_2^9 + \\
33 T_1^{11} T_2^9 - 21 T_1^{12} T_2^9 + 5 T_1^4 T_2^{10} + 3 T_1^5 T_2^{10} - 16 T_1^6 T_2^{10} + 18 T_1^7 T_2^{10} - 36 T_1^8 T_2^{10} - 22 T_1^9 T_2^{10} + 24 T_1^{10} T_2^{10} - \\
27 T_1^{11} T_2^{10} + 15 T_1^{12} T_2^{10} - 6 T_1^5 T_2^{11} + 9 T_1^6 T_2^{11} - 3 T_1^7 T_2^{11} - 3 T_1^8 T_2^{11} + 33 T_1^9 T_2^{11} - 27 T_1^{10} T_2^{11} + 21 T_1^{11} T_2^{11} - \\
9 T_1^{12} T_2^{11} + 3 T_1^6 T_2^{12} - 9 T_1^7 T_2^{12} + 15 T_1^8 T_2^{12} - 21 T_1^9 T_2^{12} + 15 T_1^{10} T_2^{12} - 9 T_1^{11} T_2^{12} + 3 T_1^{12} T_2^{12} \left. \right\}$$

```
In[ ] := DunfieldKnots = ReadList["../People/Dunfield/nmd_random_knots"] /. k_Integer -> k + 1;  
DK[n_] := DunfieldKnots[[n - 2]]
```

```
In[ ] := Crossings[DK[576]]
```

```
Out[ ] :=  
576
```

```
In[ ] := AbsoluteTiming[DK[3]]
```

```
Out[ ] :=  
{0.0110907,  
{ $\frac{1 - T + T^2}{T}, -\frac{-2 + 2 T_1 - 2 T_1^2 + 2 T_2 - T_1 T_2 + T_1^2 T_2 + T_1^3 T_2 - 2 T_2^2 + T_1 T_2^2 - T_1^3 T_2^2 + T_1 T_2^3 - T_1^2 T_2^3 + T_1^3 T_2^3}{T_1^3 T_2^2}$ }}
```

```

In[*]:= AbsoluteTiming[ $\theta$ [DK[30]]];
Out[*]=
{2.91933, Null}

In[*]:= AbsoluteTiming[ $\theta$ [DK[60]]];
Out[*]=
{27.4555, Null}

In[*]:= AbsoluteTiming[ $\theta$ [DK[90]]];
Out[*]=
{227.389, Null}

In[*]:= AbsoluteTiming[ $\theta$ 120 =  $\theta$ [DK[120]]];
Out[*]=
{761.428, Null}

In[*]:= Put[ $\theta$ 120, "Theta4DK120.m"]

In[*]:= AbsoluteTiming[ $\theta$ [DK[150]]];
Out[*]=
{2357.39, Null}

```

(during the previous computation I biked home, so the AbsoluteTiming is too much)

```

In[*]:= AbsoluteTiming[ $\theta$ [DK[180]]];
Out[*]=
{5391.24, Null}

In[*]:= AbsoluteTiming[ $\theta$ [DK[210]]];
Out[*]=
{9613.68, Null}

In[*]:= AbsoluteTiming[ $\theta$ [DK[240]]];
Out[*]=
{22462.4, Null}

In[*]:= AbsoluteTiming[ $\theta$ [DK[270]]];

```

Mathematica crashed while trying the above computation.

```

In[*]:= AbsoluteTiming[ $\theta$ [DK[300]]];

In[*]:= Do[Echo@AbsoluteTiming[n  $\rightarrow$   $\theta$ 22/7,34/21[DK[n]]], {n, 100, 1000, 100}]

```

$\gg \{1.61069, 100 \rightarrow \left\{ \frac{35\ 388\ 936\ 522\ 490\ 931\ 938\ 908\ 923\ 343\ 364\ 558\ 590\ 414\ 632\ 463\ 375\ 508\ 742\ 089}{264\ 554\ 736\ 545\ 069\ 605\ 885\ 631\ 471\ 128\ 764\ 401\ 339\ 301\ 535\ 744}, \right.$
 $\frac{525\ 106\ 180\ 586\ 933\ 014\ 293\ 865\ 927\ 609\ 379\ 271\ 742\ 972\ 076\ 277\ 257\ 025\ 413\ 914\ 338\ 499}{37\ 324\ 734\ 431\ 368\ 634\ 257\ 516\ 595\ 221\ 111\ 791\ 096\ 751\ 570\ 183\ 668\ 795\ 296\ 664\ 772\ 608},$
 $50\ 463\ 574\ 955\ 913\ 231\ 815\ 385\ 186\ 261\ 134\ 862\ 814\ 456\ 979\ 779\ 055\ 953\ 806\ 229\ 018\ 368\ 595\ 827\ 102\ 502\ 222\ 063 -$
 $117\ 299\ 430\ 053\ 887\ 387\ 799\ 738\ 329\ 099\ 644\ 807\ 147\ 011\ 110\ 057\ 363 /$
 $78\ 995\ 482\ 272\ 843\ 339\ 527\ 758\ 555\ 299\ 340\ 636\ 345\ 228\ 530\ 305\ 737\ 655\ 210\ 586\ 135\ 944\ 082\ 585\ 735\ 874\ 960\ 483 -$
 $459\ 404\ 024\ 632\ 393\ 880\ 311\ 552\ 802\ 816,$
 $1\ 454\ 157\ 786\ 439\ 833\ 158\ 073\ 510\ 296\ 166\ 664\ 511\ 893\ 763\ 273\ 612\ 593\ 032\ 508\ 481\ 123\ 686\ 040\ 806\ 094\ 906\ 156 -$
 $614\ 995\ 898\ 652\ 264\ 094\ 554\ 239\ 129\ 456\ 588\ 617\ 926\ 009\ 448\ 561\ 362\ 411\ 131\ 681\ 477\ 750\ 921\ 092\ 323\ 392\ 446 -$
 $495\ 713\ 256\ 739\ 833\ 241\ 088\ 441\ 458\ 310\ 488\ 748\ 504\ 021\ 676\ 377\ 213\ 848\ 231\ 251\ 594\ 253\ 709\ 501\ 604\ 962\ 486 -$
 $232\ 978\ 740\ 267\ 199\ 418\ 705 /$
 $6\ 354\ 394\ 310\ 390\ 312\ 822\ 748\ 925\ 543\ 501\ 753\ 140\ 065\ 543\ 014\ 212\ 174\ 242\ 859\ 988\ 362\ 148\ 491\ 816\ 333\ 172\ 074 -$
 $897\ 312\ 311\ 833\ 360\ 632\ 039\ 282\ 660\ 548\ 484\ 996\ 262\ 406\ 692\ 880\ 258\ 968\ 176\ 579\ 330\ 558\ 485\ 056\ 729\ 052\ 432 -$
 $993\ 117\ 420\ 466\ 424\ 511\ 597\ 633\ 186\ 035\ 359\ 746\ 499\ 955\ 026\ 301\ 328\ 379\ 761\ 576\ 116\ 224 \} \}$

$\gg \{7.3406, 200 \rightarrow$
 $\{- (72\ 941\ 025\ 249\ 230\ 622\ 091\ 769\ 886\ 034\ 332\ 903\ 937\ 878\ 867\ 275\ 035\ 495\ 850\ 289\ 152\ 467\ 601\ 139\ 729\ 946\ 680 -$
 $691\ 983\ 449\ 444\ 238\ 470\ 173\ 260\ 899\ 434\ 879\ 455\ 547\ 646\ 677 /$
 $79\ 780\ 391\ 006\ 864\ 379\ 747\ 986\ 053\ 920\ 193\ 038\ 680\ 545\ 693\ 079\ 622\ 955\ 011\ 027\ 668\ 359\ 182\ 291\ 645\ 896\ 903 -$
 $218\ 461\ 275\ 510\ 571\ 008) ,$
 $13\ 469\ 039\ 288\ 358\ 770\ 844\ 889\ 186\ 746\ 410\ 419\ 403\ 949\ 987\ 382\ 833\ 567\ 787\ 469\ 752\ 570\ 946\ 087\ 488\ 964\ 056\ 464 -$
 $083\ 956\ 449\ 441\ 872\ 952\ 430\ 656\ 158\ 262\ 269\ 810\ 083\ 547\ 830\ 189\ 003\ 289\ 443\ 154\ 125 /$
 $4\ 240\ 161\ 130\ 043\ 882\ 037\ 823\ 084\ 995\ 205\ 726\ 632\ 691\ 185\ 572\ 237\ 933\ 032\ 456\ 552\ 833\ 243\ 815\ 216\ 744\ 170\ 971 -$
 $881\ 548\ 991\ 957\ 331\ 738\ 797\ 061\ 590\ 095\ 303\ 559\ 046\ 326\ 968\ 215\ 750\ 967\ 296,$
 $3\ 058\ 236\ 953\ 956\ 402\ 226\ 943\ 593\ 388\ 603\ 713\ 021\ 071\ 954\ 699\ 338\ 326\ 371\ 450\ 792\ 000\ 285\ 430\ 803\ 814\ 324\ 110 -$
 $911\ 806\ 690\ 348\ 020\ 780\ 088\ 584\ 382\ 124\ 603\ 092\ 971\ 693\ 299\ 841\ 778\ 094\ 187\ 288\ 377\ 810\ 035\ 496\ 408\ 283\ 188 -$
 $130\ 224\ 093\ 352\ 681\ 965\ 580\ 164\ 395\ 682\ 496\ 054\ 504\ 489\ 551\ 954\ 332\ 992\ 465\ 733\ 972\ 977\ 594\ 735\ 369\ 459\ 115 -$
 $633\ 590\ 163\ 189\ 798\ 671\ 672\ 600\ 349\ 071\ 866\ 872\ 120\ 468\ 309\ 375 /$
 $7\ 389\ 876\ 778\ 587\ 670\ 278\ 409\ 931\ 856\ 936\ 212\ 530\ 694\ 800\ 372\ 408\ 625\ 530\ 583\ 166\ 986\ 417\ 139\ 021\ 654\ 981\ 203 -$
 $589\ 910\ 511\ 227\ 601\ 136\ 991\ 125\ 732\ 955\ 086\ 827\ 137\ 765\ 975\ 954\ 473\ 403\ 792\ 833\ 419\ 463\ 344\ 119\ 138\ 486\ 741 -$
 $874\ 061\ 457\ 114\ 480\ 552\ 952\ 530\ 491\ 222\ 541\ 669\ 872\ 799\ 328\ 574\ 041\ 719\ 777\ 250\ 405\ 019\ 238\ 495\ 420\ 416,$
 $6\ 055\ 772\ 594\ 728\ 596\ 455\ 407\ 813\ 858\ 842\ 300\ 305\ 796\ 013\ 725\ 424\ 394\ 998\ 189\ 342\ 946\ 654\ 268\ 378\ 113\ 712\ 561 -$
 $666\ 514\ 250\ 963\ 072\ 635\ 563\ 646\ 381\ 893\ 610\ 078\ 547\ 194\ 951\ 520\ 922\ 176\ 280\ 055\ 828\ 977\ 992\ 790\ 718\ 440\ 260 -$
 $265\ 768\ 945\ 724\ 619\ 893\ 197\ 506\ 834\ 661\ 525\ 408\ 297\ 131\ 541\ 146\ 205\ 253\ 666\ 135\ 607\ 099\ 918\ 846\ 528\ 650\ 241 -$
 $665\ 431\ 626\ 142\ 217\ 658\ 708\ 337\ 497\ 196\ 938\ 649\ 312\ 026\ 701\ 158\ 028\ 747\ 303\ 072\ 493\ 247\ 553\ 589\ 721\ 953\ 615 -$
 $917\ 185\ 931\ 220\ 885\ 007\ 830\ 743\ 638\ 653\ 999\ 049\ 048\ 125\ 193\ 483\ 716\ 503\ 525\ 421\ 345\ 329\ 584\ 261\ 341\ 390\ 875 -$
 $905\ 831\ 474\ 490\ 397\ 967\ 045\ 567\ 474\ 649\ 173\ 307\ 967\ 130\ 069\ 663\ 503\ 481\ 368\ 684\ 552\ 829\ 185\ 853\ 244\ 925\ 938 -$
 $721\ 709\ 248\ 151\ 559\ 595\ 774\ 718\ 912\ 716\ 699\ 323\ 404\ 120\ 108\ 037\ 147\ 527\ 421\ 337\ 576\ 724\ 551\ 464\ 750\ 796\ 875 /$
 $1\ 421\ 817\ 615\ 970\ 538\ 122\ 570\ 446\ 834\ 523\ 766\ 760\ 908\ 222\ 281\ 779\ 172\ 226\ 538\ 184\ 963\ 226\ 220\ 605\ 962\ 435\ 467 -$
 $357\ 530\ 974\ 629\ 707\ 529\ 507\ 866\ 808\ 092\ 086\ 184\ 206\ 711\ 834\ 962\ 868\ 351\ 140\ 030\ 416\ 830\ 209\ 310\ 218\ 134\ 988 -$
 $084\ 400\ 322\ 916\ 305\ 290\ 967\ 755\ 527\ 855\ 236\ 924\ 726\ 203\ 319\ 295\ 186\ 578\ 690\ 288\ 248\ 904\ 894\ 482\ 820\ 217\ 219 -$
 $936\ 617\ 834\ 694\ 117\ 100\ 777\ 085\ 133\ 489\ 362\ 587\ 426\ 540\ 579\ 190\ 556\ 123\ 633\ 779\ 730\ 340\ 813\ 256\ 893\ 167\ 951 -$
 $316\ 991\ 548\ 797\ 991\ 645\ 638\ 090\ 254\ 721\ 915\ 664\ 804\ 963\ 927\ 625\ 281\ 349\ 644\ 642\ 357\ 197\ 558\ 649\ 709\ 884\ 596 -$
 $639\ 231\ 084\ 685\ 491\ 565\ 277\ 101\ 735\ 550\ 434\ 012\ 716\ 913\ 649\ 081\ 518\ 440\ 855\ 540\ 999\ 887\ 069\ 493\ 854\ 208 \} \}$

» {75.9612, 300 →

{54 300 428 014 802 247 763 147 703 343 836 297 447 025 108 824 684 772 425 762 525 822 095 039 545 899 375 981 -
 953 473 178 602 586 048 430 534 584 880 163 873 723 541 762 115 735 883 067 341 959 560 581 371 283 178 656 -
 972 648 408 925 263 946 669 /
 6 741 838 682 197 306 940 008 962 116 848 220 280 436 936 971 437 572 995 472 014 771 688 913 708 639 211 514 -
 814 195 885 491 758 038 709 972 366 558 512 006 372 340 250 849 089 814 593 530 683 936 627 298 651 512 766 -
 464,
 1 084 128 382 249 743 436 824 663 986 171 685 150 273 646 351 713 912 937 150 171 700 202 730 323 922 010 700 -
 294 161 035 743 289 238 368 194 879 507 950 682 627 574 784 328 439 797 605 967 434 628 113 238 619 877 448 -
 933 104 349 915 804 145 167 106 117 098 828 582 214 168 974 179 /
 458 816 114 715 914 322 691 410 371 538 510 819 835 906 604 695 828 488 701 592 446 861 566 683 983 329 916 -
 364 046 021 667 534 630 113 436 786 891 827 119 466 479 256 930 424 597 743 983 452 685 367 746 981 696 618 -
 500 346 273 956 034 473 567 578 882 100 679 941 606 973 898 752,
 - (158 777 874 852 495 582 515 909 215 389 994 852 546 352 653 931 705 508 650 307 891 657 053 561 609 520 779 -
 186 320 897 348 004 451 340 565 961 074 347 535 242 136 402 407 084 832 097 701 971 876 894 887 835 991 169 -
 195 699 017 190 487 685 513 574 819 025 748 109 103 168 978 452 501 811 090 422 603 306 747 210 926 095 970 -
 770 670 185 035 477 605 544 327 410 988 587 473 792 754 126 636 018 339 393 952 001 669 899 686 164 600 864 -
 484 927 816 109 847 962 066 717 003 302 534 438 301 515 100 500 581 439 281 502 338 168 771 925 334 310 271 -
 437 341 818 561 /
 8 446 673 524 619 204 540 662 248 188 364 579 654 962 149 362 100 111 349 567 813 607 145 180 164 671 139 -
 617 365 814 596 293 558 611 877 467 632 393 708 787 160 491 479 639 500 826 381 376 300 773 027 876 197 -
 170 955 833 764 004 216 082 452 919 975 997 020 526 350 495 894 405 720 336 559 612 735 646 735 734 155 -
 554 395 961 189 410 159 575 680 771 895 729 613 390 941 354 707 084 783 892 152 666 711 430 746 078 787 -
 591 302 278 416 571 017 951 710 864 634 193 356 469 295 526 911 091 658 361 659 195 392) ,
 18 267 294 984 445 168 155 046 576 353 463 780 735 540 448 234 082 714 846 620 078 155 976 669 475 901 352 746 -
 098 193 457 352 610 115 859 435 751 338 872 237 148 238 350 686 530 827 020 597 024 477 260 230 740 538 234 -
 788 002 009 488 799 540 521 620 513 820 014 385 840 232 650 698 980 381 492 313 112 858 139 063 484 996 599 -
 660 342 084 969 540 400 047 931 012 881 225 913 037 243 022 975 314 578 955 418 312 423 110 067 410 102 308 -
 203 222 178 716 171 624 677 558 101 221 316 962 388 419 449 975 779 539 865 202 101 208 847 351 271 826 919 -
 102 033 166 250 839 112 189 913 017 221 627 005 517 916 464 579 229 978 313 267 980 074 106 644 257 858 176 -
 860 579 973 599 719 587 086 349 202 628 238 664 263 258 866 511 645 285 928 578 241 196 097 680 767 195 970 -
 338 858 717 279 468 626 110 298 596 191 633 951 851 326 907 057 553 139 873 414 578 530 061 909 521 632 578 -
 701 054 309 350 868 142 876 000 022 786 223 273 250 135 808 235 144 205 291 819 422 022 625 878 799 905 049 -
 778 320 869 954 928 090 483 199 781 836 662 311 938 155 990 285 824 583 920 282 583 580 500 742 623 185 712 -
 490 127 /
 2 554 133 609 959 922 694 212 678 040 632 108 803 122 842 656 447 238 480 511 907 100 029 834 511 490 168 481 -
 108 334 783 145 139 483 332 438 424 140 465 189 899 178 884 067 006 398 760 029 980 956 625 084 773 570 710 -
 732 990 382 531 185 761 114 640 476 878 518 110 459 151 907 320 149 077 266 962 373 799 634 111 523 277 903 -
 539 894 865 500 843 219 535 258 007 008 923 559 739 949 600 096 421 657 385 526 904 194 512 562 439 816 121 -
 897 186 066 235 588 747 618 995 688 723 765 661 004 192 138 610 318 942 873 057 128 017 048 872 941 804 488 -
 275 737 225 117 955 586 233 695 998 607 285 865 404 925 454 020 535 492 694 844 010 681 182 521 409 847 580 -
 486 638 138 605 094 727 604 847 710 341 990 466 799 876 175 820 021 806 743 415 218 013 640 262 156 334 313 -
 440 579 440 178 924 226 185 403 907 402 012 141 180 223 884 556 721 524 146 608 116 913 919 770 162 810 830 -
 326 046 518 126 011 915 766 153 855 051 675 726 286 264 201 523 286 420 106 365 736 622 943 330 937 775 721 -
 685 362 986 412 594 129 012 768 374 784 } }

» {222.572, 400 →

{10 390 301 069 579 147 440 216 625 814 211 574 210 081 535 970 733 273 957 916 777 195 263 724 555 615 030 465 -
 143 212 866 534 392 137 861 419 824 401 620 917 406 114 488 980 124 166 636 624 059 620 808 843 344 634 105 -
 153 241 264 151 018 831 043 772 228 406 692 057 377 253 475 008 272 208 335 171 747 691 097 593 709 019 /
 85 949 707 558 396 635 947 995 564 009 273 403 137 565 514 859 979 696 706 177 504 592 826 253 650 656 480 282 -

837 484 843 573 991 383 320 022 574 047 492 320 272 365 654 650 207 776 107 851 569 848 401 313 149 304 971 -
056 597 649 561 651 674 181 926 687 988 929 474 691 334 144 ,
- (83 160 462 470 269 684 175 614 747 572 482 860 568 785 805 308 490 834 374 306 883 195 153 496 184 297 446 -
441 572 015 670 441 816 488 799 620 842 166 420 366 301 883 881 013 263 699 563 508 832 959 895 822 315 045 -
789 582 138 016 608 137 234 324 065 481 021 748 400 367 199 143 225 297 335 350 412 777 975 994 236 330 449 -
843 207 278 381 224 869 576 689 778 835 /
12 797 043 848 055 650 601 298 281 656 017 241 040 661 803 215 715 424 163 863 157 083 392 370 542 939 446 -
307 127 429 159 862 354 283 206 682 896 207 983 081 120 685 607 614 091 489 603 707 998 421 323 176 436 -
750 697 822 017 496 308 057 142 607 308 628 506 837 508 920 315 966 100 022 549 650 838 223 702 173 855 -
166 090 055 369 566 283 470 604 764 971 008) ,
131 596 636 658 573 231 866 196 275 369 430 051 279 181 323 608 038 004 435 318 335 321 951 510 829 571 063 235 -
730 570 124 293 948 000 888 123 387 487 048 090 438 635 725 975 284 280 665 071 213 083 858 289 096 609 884 -
372 542 125 325 991 448 863 896 644 402 280 149 245 160 492 314 833 662 319 211 942 243 675 925 276 954 530 -
814 640 364 863 254 676 964 893 945 360 386 320 883 217 401 191 641 735 546 288 817 882 270 621 812 360 832 -
365 928 264 435 609 172 443 111 742 206 180 015 656 329 056 196 924 770 799 681 064 505 381 361 872 888 385 -
950 467 497 283 915 529 804 235 535 150 309 782 388 918 130 744 924 897 012 010 451 592 968 586 642 679 691 -
221 634 805 181 948 731 038 150 231 136 665 950 660 615 147 404 095 /
31 536 395 200 374 921 076 591 000 034 485 612 252 882 405 526 598 289 807 221 359 914 476 940 181 480 822 442 -
217 681 586 395 747 388 472 283 711 680 044 584 274 606 720 085 065 641 326 612 818 497 467 893 092 919 734 -
481 613 803 795 103 387 295 056 295 384 289 471 926 696 813 569 395 068 928 557 955 301 767 222 629 753 829 -
090 418 296 487 167 629 897 722 025 704 403 001 165 208 604 306 340 896 006 885 188 171 790 630 822 573 468 -
822 668 206 694 044 385 331 685 988 954 530 157 118 464 039 408 783 595 639 121 565 534 429 433 586 066 398 -
766 400 241 108 532 244 806 291 848 623 704 107 770 473 391 635 935 490 979 034 787 854 254 342 144 ,
- (16 100 392 978 502 135 262 574 525 695 898 547 699 495 323 544 620 897 268 958 245 440 797 743 085 517 004 -
086 447 198 889 415 893 774 398 562 623 618 712 886 486 927 901 446 121 500 008 484 137 124 301 499 011 130 -
115 491 016 971 688 076 573 742 136 081 049 699 287 616 509 476 929 560 337 144 774 759 483 198 988 207 340 -
476 622 258 529 427 525 196 572 790 495 503 915 957 283 491 121 712 336 048 950 198 261 901 589 443 020 284 -
516 651 048 023 666 891 525 077 040 684 032 499 533 490 211 691 552 700 217 326 831 066 875 897 786 645 049 -
279 433 739 960 188 468 048 807 462 705 578 773 671 389 712 676 393 161 822 235 857 200 680 462 434 004 620 -
621 146 223 419 489 449 575 059 603 653 363 784 748 536 291 954 273 740 276 446 585 425 779 676 801 289 815 -
222 239 400 368 492 331 481 870 737 239 055 131 916 698 165 287 226 181 325 213 875 743 696 184 494 744 782 -
116 440 806 125 864 387 719 702 434 616 715 003 154 334 793 379 474 188 811 909 768 660 109 318 387 261 368 -
099 249 434 191 625 318 231 542 906 771 553 294 949 611 364 371 205 246 332 870 704 634 621 144 056 682 397 -
231 652 319 327 352 407 544 270 889 082 301 149 183 119 649 455 782 318 623 451 644 335 530 584 494 582 036 -
955 284 655 252 055 888 902 872 346 011 248 103 344 716 940 146 819 308 763 664 658 367 727 997 573 540 283 -
208 875 658 400 346 311 532 653 721 803 219 544 558 669 086 896 873 443 198 023 972 687 531 628 497 867 341 -
207 244 595 /
55 383 681 375 668 703 087 883 236 765 376 360 601 786 596 967 365 055 591 477 807 012 051 186 358 547 741 -
847 445 468 308 340 425 324 040 673 429 620 390 895 798 374 305 616 308 874 938 563 404 648 083 307 887 -
147 621 452 195 060 634 760 872 085 723 129 422 788 913 419 538 346 639 868 354 782 728 124 038 251 850 -
589 802 880 912 376 924 860 335 009 550 617 308 945 047 449 690 625 475 230 452 984 674 722 777 405 363 -
266 105 765 506 541 106 276 685 945 601 921 219 503 336 395 564 730 227 842 733 615 223 239 959 588 196 -
500 476 363 867 480 861 561 088 761 504 253 361 557 771 687 445 979 953 694 885 783 284 232 972 017 534 -
644 971 413 010 584 479 091 003 383 878 390 535 317 642 485 230 768 472 547 379 528 058 642 020 782 663 -
195 394 339 650 229 331 417 492 273 217 087 005 371 551 198 582 388 470 996 727 057 077 008 256 526 088 -
847 561 653 809 289 305 487 340 525 637 616 741 689 346 076 106 936 057 140 342 603 929 108 361 208 633 -
626 385 303 874 645 353 023 485 907 763 875 867 996 778 819 555 325 078 562 786 620 021 129 327 530 031 -
238 515 681 727 038 413 697 067 123 314 130 576 688 688 349 183 709 857 082 043 629 335 668 113 827 838 -
094 979 030 648 952 607 716 564 830 248 404 465 535 101 336 157 600 611 322 243 316 891 617 387 509 595 -
219 589 925 105 346 218 070 900 736) } }

» {578.048, 500 →
{- (114 369 983 456 093 002 266 854 837 770 212 926 688 582 865 250 400 969 480 980 895 079 101 345 082 550 301 -

918 508 328 403 392 590 400 490 546 668 790 935 340 754 953 056 862 364 097 774 058 934 033 932 289 361 546 -
094 261 328 481 299 402 814 239 291 052 488 999 291 446 648 248 614 940 157 605 821 817 666 953 221 925 726 -
865 088 725 917 438 973 927 918 464 850 055 396 590 169 349 /
19 025 887 719 662 807 391 042 404 033 128 328 554 071 794 926 776 338 676 867 496 773 421 512 871 322 924 -
588 923 417 615 840 194 062 696 121 777 423 829 720 347 558 058 311 716 057 214 521 874 493 815 635 324 -
420 052 534 583 306 210 507 802 466 130 662 812 350 920 908 634 088 766 850 173 777 183 474 431 331 137 -
149 445 918 126 521 989 061 410 816) ,
- (7 227 263 617 176 004 620 362 950 528 073 625 123 110 043 649 073 001 293 133 241 726 422 626 128 489 186 676 -
383 100 953 837 191 835 654 063 402 405 928 931 687 363 159 134 259 081 568 412 459 175 111 941 510 920 163 -
084 711 490 846 052 396 054 723 472 404 162 955 570 397 493 804 962 685 332 975 338 428 698 070 718 526 382 -
122 449 527 627 159 980 373 039 106 036 483 928 728 934 252 544 910 054 871 986 600 770 426 471 875 304 825 /
5 840 997 754 312 111 181 700 874 353 000 431 859 382 922 372 401 819 656 350 757 351 332 206 369 161 863 -
474 145 932 236 389 299 599 497 893 479 702 779 592 533 068 540 287 578 445 094 105 952 200 446 884 492 -
372 667 614 508 145 113 862 325 075 531 597 684 259 523 469 187 292 326 088 982 239 698 620 789 638 311 -
844 440 523 172 409 812 447 760 968 337 563 224 537 469 504 826 317 568 578 275 135 082 248 019 121 285 -
768 888 851 628 032) ,
- (3 749 495 603 343 717 097 001 966 064 120 463 323 115 820 755 134 625 104 850 289 762 546 052 613 078 631 992 -
219 127 047 068 746 669 531 452 123 232 862 036 752 425 630 917 161 519 072 715 276 485 021 902 087 937 277 -
483 875 389 534 015 119 338 741 629 477 560 783 934 986 497 778 721 262 086 459 704 740 444 390 176 662 860 -
328 250 315 505 272 800 475 211 703 434 931 704 815 422 266 513 330 789 086 884 146 978 902 113 224 192 075 -
318 065 258 278 821 057 596 189 594 703 134 797 622 302 046 277 761 448 194 319 727 812 913 817 680 786 230 -
474 309 655 235 208 913 127 269 828 862 926 860 286 046 395 438 104 884 456 997 405 698 140 213 415 724 374 -
648 520 524 065 434 763 156 622 146 971 249 725 985 075 076 111 447 243 115 843 767 937 109 012 726 433 307 -
420 555 655 203 293 617 784 611 309 868 643 502 182 154 559 808 676 666 542 601 171 362 881 637 117 491 320 -
146 086 325 /
109 481 264 526 368 921 102 761 025 666 563 103 661 097 738 114 751 722 318 673 322 722 296 624 166 891 275 -
396 030 957 521 386 473 984 481 770 412 750 307 480 534 162 908 024 951 304 137 508 271 484 673 290 598 -
221 778 481 504 531 937 786 777 633 625 603 602 646 585 194 061 385 748 147 278 001 094 810 336 642 754 -
119 893 566 218 686 469 171 113 328 184 075 729 205 116 659 644 440 287 025 790 693 529 543 676 914 299 -
568 966 850 167 761 716 997 562 993 266 813 633 868 821 867 550 142 222 166 488 221 300 566 160 661 680 -
720 974 913 786 376 014 657 403 692 931 887 753 963 227 501 803 532 431 454 435 254 229 085 917 377 909 -
708 412 770 301 504 668 386 673 193 149 412 376 210 284 400 902 465 434 391 870 270 329 385 206 415 964 -
314 151 475 863 076 621 140 953 384 183 819 214 169 842 225 221 732 401 152) ,
13 701 546 834 114 123 245 512 536 430 111 852 433 141 719 618 338 942 049 512 722 731 732 605 552 289 910 436 -
125 637 664 671 513 525 966 909 378 871 699 018 795 337 235 249 692 048 925 016 396 906 971 932 287 036 917 -
620 122 532 105 519 925 220 340 585 543 207 524 422 452 666 982 887 343 616 206 402 104 095 112 883 189 625 -
626 643 996 791 733 082 455 534 891 745 739 767 417 418 027 915 731 941 261 693 155 178 108 006 229 795 052 -
197 042 390 117 715 524 733 119 409 187 654 979 741 591 970 679 509 591 586 415 067 925 075 158 476 185 515 -
073 793 526 278 600 854 995 917 693 063 325 801 072 798 269 180 038 191 391 600 567 480 382 124 994 482 461 -
375 770 430 961 428 141 082 576 629 321 932 151 134 724 423 419 754 493 333 970 453 390 330 328 614 027 430 -
696 384 673 841 879 692 454 817 119 611 030 351 719 119 675 892 139 019 726 767 115 907 413 272 829 578 655 -
235 195 736 635 439 078 240 772 134 047 248 711 646 656 401 552 923 352 804 928 999 877 916 531 669 790 798 -
573 389 464 556 571 294 870 708 311 765 118 776 007 256 982 010 040 639 628 280 359 360 686 407 069 077 209 -
850 505 317 691 518 553 152 866 900 844 178 880 114 524 357 774 058 545 758 421 236 004 380 025 823 593 831 -
072 320 262 212 351 772 403 055 551 593 315 247 827 702 479 289 181 952 995 212 931 830 102 355 394 742 799 -
208 943 076 784 886 691 520 824 621 295 858 384 965 386 315 320 696 185 626 030 662 389 924 131 450 743 807 -
471 598 251 754 754 033 805 928 166 542 272 044 630 489 602 201 913 627 185 793 322 979 915 648 538 942 624 -
916 585 189 170 859 318 978 520 989 363 825 551 366 117 516 975 602 010 653 563 370 311 935 020 648 995 731 -
463 290 452 508 646 631 300 843 515 958 269 494 930 510 175 116 503 424 282 026 951 088 375 /
541 036 024 559 187 780 081 847 707 154 175 861 690 034 138 804 058 443 732 584 703 418 978 395 532 790 844 -
720 879 822 801 857 452 229 855 222 659 330 395 292 420 575 522 275 168 013 824 267 380 733 676 410 465 654 -



684 533 647 008 188 840 942 973 028 109 500 039 228 701 691 644 266 473 418 298 983 319 589 553 318 391 461 -
338 422 319 748 961 556 517 659 937 600 867 931 376 133 712 460 600 539 671 856 191 086 002 191 996 727 501 -
123 991 445 596 242 779 947 500 747 357 411 764 761 060 102 343 437 454 383 792 100 260 516 662 222 763 257 -
295 619 858 082 730 464 855 068 682 664 546 330 555 997 242 710 019 748 337 523 080 347 133 237 539 559 983 -
911 406 183 972 008 788 243 885 704 547 766 183 256 791 741 394 408 366 197 890 986 115 667 673 780 800 642 -
457 113 356 113 389 152 396 609 974 990 771 030 667 114 139 844 716 792 896 370 370 980 068 653 458 028 709 -
365 301 058 693 151 175 941 854 570 925 719 989 827 958 740 991 986 422 632 247 931 179 903 715 097 636 972 -
116 686 289 732 504 785 201 560 022 237 241 094 446 942 108 247 903 536 053 434 700 600 100 149 630 435 650 -
455 844 023 874 356 200 712 906 455 236 193 681 482 390 048 594 865 278 361 722 822 789 807 958 651 921 566 -
603 226 520 754 334 577 879 183 063 317 995 624 125 968 021 716 225 787 197 151 164 125 875 963 717 706 018 -
753 848 436 170 578 314 308 033 953 503 865 389 267 890 487 802 835 410 943 369 798 798 426 579 691 610 826 -
849 064 085 201 321 232 634 204 542 062 603 260 915 474 474 849 554 146 073 231 048 252 412 170 366 918 359 -
856 999 155 591 282 841 993 780 463 690 642 882 769 394 012 283 090 486 962 914 683 664 166 027 264 }

Out[]:=

\$Aborted

In[]:= Do[Echo@AbsoluteTiming[n -> $\theta_{22/7, 34/21}$ [DK[n]]], {n, 600, 1000, 100}]

» {2440.86, 600 ->

{621 235 263 657 677 250 471 700 894 219 073 724 072 769 574 486 092 925 860 280 064 707 876 625 642 410 650 216 -
357 880 547 901 393 959 395 856 810 346 009 247 173 774 436 092 655 419 010 601 722 489 385 644 576 964 481 -
177 439 921 753 660 099 025 377 464 064 569 352 746 157 960 225 112 457 772 595 403 039 571 910 391 031 772 -
500 779 893 329 822 505 049 504 961 441 186 558 479 834 512 324 431 492 538 273 924 662 012 757 766 162 026 -
496 569 015 087 494 323 075 382 604 947 /
96 996 414 309 238 416 149 563 012 142 994 054 948 356 261 666 047 494 553 431 487 345 428 807 415 188 985 590 -
263 400 527 944 215 263 915 994 576 016 978 273 658 557 092 253 731 564 581 964 379 768 874 791 194 747 641 -
371 957 270 987 540 112 111 254 578 502 673 293 948 930 069 904 094 538 286 981 560 153 567 179 192 745 348 -
211 411 447 923 885 536 970 999 884 881 154 917 875 943 753 437 005 555 433 472,
- (8 317 455 387 598 604 111 012 071 463 198 034 606 359 049 374 699 919 278 853 997 344 679 255 173 972 130 095 -
742 965 402 644 946 984 143 678 045 796 948 042 280 612 041 183 851 154 065 658 542 686 664 877 129 271 525 -
615 312 724 868 168 933 385 181 449 935 442 646 237 786 145 993 416 360 530 333 963 005 064 334 820 524 225 -
082 306 515 601 955 340 746 815 256 592 711 471 893 968 567 390 127 696 035 615 003 466 452 295 828 151 345 -
757 570 880 639 402 102 805 880 003 547 661 377 250 611 492 140 601 720 349 678 497 507 167 384 275 /
572 832 997 620 945 403 284 458 259 970 699 672 731 910 804 645 600 139 808 988 076 284 109 869 763 834 949 -
498 723 676 070 296 777 342 171 535 469 589 630 697 885 461 144 611 859 649 186 436 383 294 460 836 250 -
565 741 018 542 941 025 943 684 131 875 156 591 075 879 112 733 897 348 909 479 558 685 126 252 020 799 -
875 770 715 994 377 696 653 464 589 194 427 546 801 374 532 984 725 176 733 652 431 561 337 355 323 373 -
934 758 410 360 269 223 116 773 355 919 501 340 235 755 162 657 328 454 566 602 608 683 676 551 480 344 -
576),
559 664 610 546 633 902 942 256 363 592 248 384 309 922 676 118 522 819 219 282 647 259 273 155 039 286 583 817 -
288 414 534 144 796 417 772 620 607 451 751 610 407 692 370 868 129 276 633 077 284 697 022 381 696 656 862 -
212 086 093 549 608 102 417 019 467 813 855 828 939 187 088 084 185 870 874 002 336 708 846 520 209 380 878 -
519 616 843 514 634 212 225 329 146 281 297 504 070 680 363 153 518 893 321 089 441 788 124 238 135 410 449 -
358 149 257 729 787 890 096 443 727 423 932 920 700 740 188 108 070 159 346 301 146 876 895 454 699 126 518 -
511 955 775 010 108 161 741 302 085 755 413 787 822 668 422 134 467 894 574 536 212 455 347 997 473 462 480 -
808 443 395 148 569 392 066 591 659 727 663 648 637 703 781 000 307 800 341 850 123 619 525 722 385 274 807 -
589 020 106 940 942 872 255 872 721 266 674 938 061 202 880 836 785 495 482 109 760 019 934 265 305 577 694 -
666 657 315 016 193 173 933 043 962 736 524 357 523 607 234 002 024 454 945 360 152 386 600 286 992 314 228 -
228 505 207 891 176 498 535 775 275 097 239 137 332 903 118 750 268 121 184 818 407 983 345 075 /
1 431 841 081 447 461 489 364 729 514 239 924 731 282 023 010 377 281 626 505 075 150 474 956 986 538 227 854 -
163 755 148 031 526 637 423 442 524 477 786 148 847 498 542 990 624 761 405 687 918 595 722 792 892 787 610 -

400 857 377 443 416 554 882 256 099 016 924 206 197 618 106 824 560 367 210 485 444 432 698 794 408 057 071 -
478 108 195 379 980 954 704 501 623 910 478 018 895 618 844 642 264 241 307 153 385 869 567 810 436 377 216 -
812 169 404 070 518 774 012 866 864 828 411 130 487 247 602 132 782 530 137 575 145 752 297 187 090 790 222 -
746 366 948 188 846 569 833 314 606 596 766 284 897 515 490 679 802 371 078 209 498 733 449 227 291 371 945 -
784 452 686 089 136 587 272 139 040 662 071 172 617 784 801 333 767 922 045 682 243 783 902 395 970 353 493 -
857 670 223 792 967 737 034 578 473 166 447 549 687 962 596 395 132 704 972 203 258 022 115 149 141 425 088 -
539 681 198 670 544 251 804 616 578 387 721 119 457 418 769 886 955 964 750 364 672 ,
- (87 179 205 533 295 997 583 850 564 763 525 468 213 403 378 015 643 664 692 297 681 383 254 159 240 819 346 -
223 220 869 552 612 818 208 698 785 627 178 059 921 429 558 775 515 457 374 629 513 492 113 900 084 174 794 -
708 995 593 937 157 575 555 445 400 034 382 771 948 980 204 647 423 285 118 776 243 629 839 488 070 656 094 -
384 402 301 406 534 667 598 482 338 881 147 742 551 988 389 178 880 452 054 247 596 973 336 903 036 071 779 -
966 927 915 610 710 234 779 058 819 219 368 680 439 369 021 717 167 816 846 532 105 154 584 927 203 336 567 -
945 153 737 433 552 262 224 469 174 359 300 859 268 785 453 404 080 526 900 725 812 043 414 974 331 833 848 -
465 914 279 083 311 881 742 659 465 985 436 219 551 774 891 174 118 883 631 153 239 836 124 256 706 517 584 -
957 128 595 257 441 641 669 992 102 837 272 641 352 957 774 035 457 688 273 047 711 061 491 285 323 065 367 -
666 008 670 061 013 640 478 985 056 342 768 160 232 866 595 117 835 217 326 460 814 620 313 522 450 873 410 -
112 909 844 010 204 618 215 417 299 395 145 120 553 555 849 145 030 536 348 242 907 144 217 941 470 795 058 -
401 834 989 496 213 787 439 781 769 319 261 899 592 106 875 936 789 155 208 230 161 477 477 881 060 497 271 -
407 815 257 543 473 118 000 437 821 353 632 424 538 860 037 031 655 874 723 133 639 600 742 672 513 393 383 -
299 126 165 865 042 820 732 053 800 539 345 066 087 968 499 321 723 691 601 958 473 863 869 859 208 838 361 -
570 599 299 591 885 967 706 253 252 984 914 175 051 768 132 035 144 749 610 042 794 395 449 118 203 669 523 -
222 624 137 177 934 029 598 314 909 415 205 661 258 533 854 751 510 433 393 332 634 502 608 483 321 759 048 -
896 279 456 482 925 227 527 593 114 866 663 865 759 562 491 158 207 187 403 194 163 632 798 518 022 547 695 -
177 286 255 908 295 845 800 333 662 482 231 235 012 249 905 843 610 917 477 800 043 230 988 770 881 895 744 -
194 010 627 975 428 911 844 594 899 690 089 148 056 145 222 820 547 556 941 847 592 371 029 677 161 043 195 -
410 277 409 158 435 029 764 605 713 862 841 630 998 864 972 246 759 496 099 972 039 115 842 517 841 341 394 -
057 150 202 366 286 340 605 812 662 732 775 /
185 404 208 761 330 292 540 577 090 817 486 963 321 420 022 287 305 815 768 158 409 726 211 552 471 304 239 -
546 210 735 383 660 606 919 290 360 727 665 047 532 067 986 503 884 917 970 421 631 894 868 397 286 616 -
131 257 408 231 538 442 419 826 737 068 461 388 963 274 368 792 394 336 667 433 172 285 561 070 306 622 -
099 795 255 432 180 042 427 585 212 755 226 341 040 025 938 856 094 504 646 237 050 258 411 498 635 346 -
480 569 001 608 790 762 036 483 845 397 966 117 604 085 781 473 349 253 451 500 082 144 404 919 279 729 -
191 947 083 774 086 174 586 947 840 391 652 283 178 875 550 308 251 458 906 810 751 076 057 710 029 387 -
206 613 294 732 372 448 251 690 537 034 408 057 065 520 754 522 453 324 054 773 233 401 920 667 652 905 -
482 218 058 820 651 557 499 499 691 857 185 676 782 082 967 351 706 235 848 891 563 204 463 937 436 131 -
920 948 399 887 688 123 348 741 863 537 378 792 624 525 501 798 858 931 444 070 928 467 065 788 019 681 -
049 265 076 213 886 771 077 096 820 660 749 372 052 263 419 820 854 191 658 058 744 502 960 352 031 649 -
402 742 275 698 483 086 609 268 981 645 471 838 169 571 780 777 176 473 468 808 802 384 499 178 025 763 -
527 992 144 871 855 295 722 257 761 138 312 296 767 858 213 537 600 582 169 384 068 969 698 728 894 739 -
533 860 001 904 468 135 552 203 065 870 625 548 168 870 094 780 901 052 439 437 894 312 214 579 526 962 -
114 565 372 803 310 200 796 306 639 380 287 779 310 469 590 948 612 495 110 041 213 008 714 197 472 978 -
531 952 756 588 376 903 133 231 822 994 730 315 306 488 152 044 637 975 774 392 211 498 576 655 867 624 -
626 140 174 397 010 379 888 709 024 198 205 974 272 689 721 905 044 466 958 887 432 353 514 786 802 098 -
536 258 401 576 905 380 706 658 374 331 884 028 395 958 071 654 418 670 595 989 244 268 954 458 163 260 -
763 763 215 222 657 943 901 802 250 929 818 606 722 117 865 866 456 400 039 702 368 153 611 574 672 228 -
168 013 801 586 688) } }