

```
In[*]:= SetDirectory["C:\\drorbn\\AcademicPensieve\\Projects\\HigherRank"];
Once[<< KnotTheory`];
<< Rot.m
```

Loading KnotTheory` version of February 2, 2020, 10:53:45.2097.

Read more at <http://katlas.org/wiki/KnotTheory>.

Loading Rot.m from <http://drorbn.net/AP/Projects/HigherRank> to compute rotation numbers.

```
In[*]:= CCF[ $\mathcal{E}$ _] := ExpandDenominator@ExpandNumerator@Together[ $\mathcal{E}$ ];
CCF[ $\mathcal{E}$ _] := Factor[ $\mathcal{E}$ ];
CF[ $\mathcal{E}$ _List] := CF /@  $\mathcal{E}$ ;
CF[ $\mathcal{E}$ _] := Module[{vs = Cases[ $\mathcal{E}$ , (x | p |  $\pi$  | g)_,  $\infty$ ]  $\cup$  {x, p,  $\epsilon$ }, ps, c},
  Total[CoefficientRules[Expand[ $\mathcal{E}$ ], vs] /. (ps_  $\rightarrow$  c_)  $\Rightarrow$  CCF[c] (Times@@vsps)]];
```

```
In[*]:= {
  {r0,pxx[1, i_, j_], r0,pxx[-1, i_, j_]},
  {r1,pxx[1, i_, j_], r1,pxx[-1, i_, j_]},
  {r1,rest[1, i_, j_], r1,rest[-1, i_, j_]},
  y1[phi, k_]
} = CF[{1, 1 - T1 T2, 1 - T1 T2, 1 - T1 T2} * Get["px-data.m"]]
```

Out[*]=

$$\left\{ \left\{ p_{3,j} x_{1,i} x_{2,i} - \frac{p_{3,j} x_{1,j} x_{2,i}}{T_1}, -\frac{p_{3,j} x_{1,i} x_{2,i}}{T_1^2 T_2} + \frac{p_{3,j} x_{1,j} x_{2,i}}{T_1 T_2} \right\}, \right. \\ \left. \left\{ (1 - T_1 T_2) p_{1,j} p_{2,i} x_{3,i} + (-1 + T_1 T_2) p_{1,j} p_{2,j} x_{3,i}, \right. \right. \\ \left. \left. \frac{(-1 + T_1 T_2) p_{1,j} p_{2,i} x_{3,i}}{T_1} - \frac{(-1 + T_1 T_2) p_{1,j} p_{2,j} x_{3,i}}{T_1} \right\}, \right. \\ \left. \left\{ -T_2 p_{1,j} p_{2,j} x_{1,i} x_{2,i} + \frac{p_{1,j} p_{2,i} x_{1,j} x_{2,i}}{(-1 + T_1) T_1} + \frac{(-1 + T_1 T_2) p_{1,j} p_{2,j} x_{1,j} x_{2,i}}{(-1 + T_1) T_1} - \frac{p_{1,i} p_{2,j} x_{1,i} x_{2,j}}{-1 + T_1} - \right. \right. \\ \left. \frac{p_{3,j} x_{3,i}}{T_1} + (-1 + T_1 T_2) p_{1,j} p_{3,j} x_{1,i} x_{3,i} - \frac{p_{1,j} p_{3,i} x_{1,j} x_{3,i}}{(-1 + T_1) T_1} - \frac{(-1 + T_1 T_2) p_{1,j} p_{3,j} x_{1,j} x_{3,i}}{-1 + T_1} + \right. \\ \left. \frac{T_2 (-1 + T_1 T_2) p_{2,j} p_{3,j} x_{2,i} x_{3,i}}{T_1} + \frac{p_{2,j} p_{3,i} x_{2,j} x_{3,i}}{T_1} + \frac{p_{1,i} p_{3,j} x_{1,i} x_{3,j}}{-1 + T_1} - \frac{T_2 p_{2,j} p_{3,j} x_{2,i} x_{3,j}}{T_1}, \right. \\ \left. - \frac{p_{1,j} p_{2,i} x_{1,i} x_{2,i}}{T_1^2} + \frac{(-1 + T_2) p_{1,i} p_{2,j} x_{1,i} x_{2,i}}{(-1 + T_1) T_2} - \frac{(-T_1 - T_2 + T_1 T_2) p_{1,j} p_{2,j} x_{1,i} x_{2,i}}{T_1^2 T_2} - \right. \\ \left. \frac{p_{1,j} p_{2,i} x_{1,j} x_{2,i}}{(-1 + T_1) T_1} - \frac{p_{1,j} p_{2,j} x_{1,j} x_{2,i}}{T_1} + \frac{p_{1,i} p_{2,j} x_{1,i} x_{2,j}}{-1 + T_1} - \frac{p_{1,j} p_{2,j} x_{1,i} x_{2,j}}{T_1} + \frac{p_{3,j} x_{3,i}}{T_1} + \right. \\ \left. \frac{p_{1,j} p_{3,i} x_{1,i} x_{3,i}}{T_1^2} - \frac{(-1 + T_1 T_2) p_{1,i} p_{3,j} x_{1,i} x_{3,i}}{(-1 + T_1) T_1 T_2} + \frac{(-1 + T_1 T_2) p_{1,j} p_{3,j} x_{1,i} x_{3,i}}{T_1^2 T_2} + \right. \\ \left. \frac{p_{1,j} p_{3,i} x_{1,j} x_{3,i}}{(-1 + T_1) T_1} - \frac{(-1 + T_2) p_{2,j} p_{3,i} x_{2,i} x_{3,i}}{T_1 T_2} - \frac{(-1 + T_1 T_2) p_{2,i} p_{3,j} x_{2,i} x_{3,i}}{T_1^2 T_2} + \right. \\ \left. \frac{(-1 + 2 T_2) (-1 + T_1 T_2) p_{2,j} p_{3,j} x_{2,i} x_{3,i}}{T_1^2 T_2^2} - \frac{p_{2,j} p_{3,i} x_{2,j} x_{3,i}}{T_1} + \frac{(-1 + T_1 T_2) p_{2,j} p_{3,j} x_{2,j} x_{3,i}}{T_1^2 T_2} - \right. \\ \left. \frac{p_{1,i} p_{3,j} x_{1,i} x_{3,j}}{-1 + T_1} + \frac{p_{1,j} p_{3,j} x_{1,i} x_{3,j}}{T_1} + \frac{p_{2,j} p_{3,j} x_{2,i} x_{3,j}}{T_1} \right\}, \frac{\varphi p_{3,k} x_{3,k}}{T_1} \left. \right\}$$

```
In[*]:= r1,rest[1, 4, 5]
```

Out[*]=

$$-T_2 p_{1,5} p_{2,5} x_{1,4} x_{2,4} + \frac{p_{1,5} p_{2,4} x_{1,5} x_{2,4}}{(-1 + T_1) T_1} + \frac{(-1 + T_1 T_2) p_{1,5} p_{2,5} x_{1,5} x_{2,4}}{(-1 + T_1) T_1} - \frac{p_{1,4} p_{2,5} x_{1,4} x_{2,5}}{-1 + T_1} - \\ \frac{p_{3,5} x_{3,4}}{T_1} + (-1 + T_1 T_2) p_{1,5} p_{3,5} x_{1,4} x_{3,4} - \frac{p_{1,5} p_{3,4} x_{1,5} x_{3,4}}{(-1 + T_1) T_1} - \frac{(-1 + T_1 T_2) p_{1,5} p_{3,5} x_{1,5} x_{3,4}}{-1 + T_1} + \\ \frac{T_2 (-1 + T_1 T_2) p_{2,5} p_{3,5} x_{2,4} x_{3,4}}{T_1} + \frac{p_{2,5} p_{3,4} x_{2,5} x_{3,4}}{T_1} + \frac{p_{1,4} p_{3,5} x_{1,4} x_{3,5}}{-1 + T_1} - \frac{T_2 p_{2,5} p_{3,5} x_{2,4} x_{3,5}}{T_1}$$

```
In[*]:= {p*, x*, pi*, xi*} = {pi, xi, p, x}; (u_{i_})* := (u*)_i;
```

```
In[*]:= Zip_{ } [e_] := e;
Zip_{ {s, s_...} } [e_] := (Collect[e // Zip_{ {s} }, s] /. f_ . s^d_ -> (D[f, {s*, d}])) /. s* -> 0
```

```
In[*]:= px2g[e_] := CF@Module[{ps, xs, Q},
  ps = Union[Cases[e, p_, \infty]]; xs = Union[Cases[e, x_, \infty]];
  Q = Sum[p0* x0* g_{p0[[2]], x0[[2]], p0[[3]], x0[[3]], {p0, ps}, {x0, xs}];
  Expand[Zip_{ps \cup xs} [e e^Q] /. g_{\alpha, \beta, i, j} -> If[\alpha == \beta, g_{\alpha, i, j}, 0]]
]
```

```
In[*]:= px2g[p_{2,j}^2 x_{2,i} x_{2,j}]
```

```
Out[*]=
2 g_{2,j,i} g_{2,j,j}
```

```
In[*]:= R1[1, i_, j_] = px2g[r_{1,rest}[1, i, j]]
```

```
Out[*]=
\frac{g_{1,j,j} g_{2,i,i}}{(-1 + T_1) T_1} - T_2 \frac{g_{1,j,i} g_{2,j,i}}{(-1 + T_1) T_1} + \frac{(-1 + T_1 T_2) g_{1,j,j} g_{2,j,i}}{(-1 + T_1) T_1} -
\frac{g_{1,i,i} g_{2,j,j}}{-1 + T_1} - \frac{g_{1,j,j} g_{3,i,i}}{(-1 + T_1) T_1} + \frac{g_{2,j,j} g_{3,i,i}}{T_1} - \frac{g_{3,j,i}}{T_1} + (-1 + T_1 T_2) g_{1,j,i} g_{3,j,i} -
\frac{(-1 + T_1 T_2) g_{1,j,j} g_{3,j,i}}{-1 + T_1} + \frac{T_2 (-1 + T_1 T_2) g_{2,j,i} g_{3,j,i}}{T_1} + \frac{g_{1,i,i} g_{3,j,j}}{-1 + T_1} - \frac{T_2 g_{2,j,i} g_{3,j,j}}{T_1}
```

```
In[*]:= R1[-1, i_, j_] = px2g[r_{1,rest}[-1, i, j]]
```

```
Out[*]=
-\frac{g_{1,j,i} g_{2,i,i}}{T_1^2} - \frac{g_{1,j,j} g_{2,i,i}}{(-1 + T_1) T_1} + \frac{(-1 + T_2) g_{1,i,i} g_{2,j,i}}{(-1 + T_1) T_2} - \frac{(-T_1 - T_2 + T_1 T_2) g_{1,j,i} g_{2,j,i}}{T_1^2 T_2} -
\frac{g_{1,j,j} g_{2,j,i}}{T_1} + \frac{g_{1,i,i} g_{2,j,j}}{-1 + T_1} - \frac{g_{1,j,i} g_{2,j,j}}{T_1} + \frac{g_{1,j,i} g_{3,i,i}}{T_1^2} + \frac{g_{1,j,j} g_{3,i,i}}{(-1 + T_1) T_1} -
\frac{(-1 + T_2) g_{2,j,i} g_{3,i,i}}{T_1 T_2} - \frac{g_{2,j,j} g_{3,i,i}}{T_1} + \frac{g_{3,j,i}}{T_1} - \frac{(-1 + T_1 T_2) g_{1,i,i} g_{3,j,i}}{(-1 + T_1) T_1 T_2} +
\frac{(-1 + T_1 T_2) g_{1,j,i} g_{3,j,i}}{T_1^2 T_2} - \frac{(-1 + T_1 T_2) g_{2,i,i} g_{3,j,i}}{T_1^2 T_2} + \frac{(-1 + 2 T_2) (-1 + T_1 T_2) g_{2,j,i} g_{3,j,i}}{T_1^2 T_2^2} +
\frac{(-1 + T_1 T_2) g_{2,j,j} g_{3,j,i}}{T_1^2 T_2} - \frac{g_{1,i,i} g_{3,j,j}}{-1 + T_1} + \frac{g_{1,j,i} g_{3,j,j}}{T_1} + \frac{g_{2,j,i} g_{3,j,j}}{T_1}
```

```
In[*]:= px2g[r_{0,pxx}[1, i0, j0] r_{1,ppx}[1, i1, j1]]
```

```
Out[*]=
(1 - T_1 T_2) g_{1,j1,i0} g_{2,i1,i0} g_{3,j0,i1} + \frac{(-1 + T_1 T_2) g_{1,j1,j0} g_{2,i1,i0} g_{3,j0,i1}}{T_1} +
(-1 + T_1 T_2) g_{1,j1,i0} g_{2,j1,i0} g_{3,j0,i1} - \frac{(-1 + T_1 T_2) g_{1,j1,j0} g_{2,j1,i0} g_{3,j0,i1}}{T_1}
```

```
In[*]:=
e[{\mathbf{1}, i0_, j0_}, {\mathbf{1}, i1_, j1_}] = px2g[r_{\theta, pxx}[\mathbf{1}, i0, j0] r_{1, ppx}[\mathbf{1}, i1, j1]]
e[{\mathbf{1}, i0_, j0_}, {-\mathbf{1}, i1_, j1_}] = px2g[r_{\theta, pxx}[\mathbf{1}, i0, j0] r_{1, ppx}[-\mathbf{1}, i1, j1]]
e[{-\mathbf{1}, i0_, j0_}, {\mathbf{1}, i1_, j1_}] = px2g[r_{\theta, pxx}[-\mathbf{1}, i0, j0] r_{1, ppx}[\mathbf{1}, i1, j1]]
e[{-\mathbf{1}, i0_, j0_}, {-\mathbf{1}, i1_, j1_}] = px2g[r_{\theta, pxx}[-\mathbf{1}, i0, j0] r_{1, ppx}[-\mathbf{1}, i1, j1]]
```

Out[*]=

$$(1 - T_1 T_2) g_{1, j1, i0} g_{2, i1, i0} g_{3, j0, i1} + \frac{(-1 + T_1 T_2) g_{1, j1, j0} g_{2, i1, i0} g_{3, j0, i1}}{T_1} +$$

$$(-1 + T_1 T_2) g_{1, j1, i0} g_{2, j1, i0} g_{3, j0, i1} - \frac{(-1 + T_1 T_2) g_{1, j1, j0} g_{2, j1, i0} g_{3, j0, i1}}{T_1}$$

Out[*]=

$$\frac{(-1 + T_1 T_2) g_{1, j1, i0} g_{2, i1, i0} g_{3, j0, i1}}{T_1} - \frac{(-1 + T_1 T_2) g_{1, j1, j0} g_{2, i1, i0} g_{3, j0, i1}}{T_1^2} -$$

$$\frac{(-1 + T_1 T_2) g_{1, j1, i0} g_{2, j1, i0} g_{3, j0, i1}}{T_1} + \frac{(-1 + T_1 T_2) g_{1, j1, j0} g_{2, j1, i0} g_{3, j0, i1}}{T_1^2}$$

Out[*]=

$$\frac{(-1 + T_1 T_2) g_{1, j1, i0} g_{2, i1, i0} g_{3, j0, i1}}{T_1^2 T_2} - \frac{(-1 + T_1 T_2) g_{1, j1, j0} g_{2, i1, i0} g_{3, j0, i1}}{T_1 T_2} -$$

$$\frac{(-1 + T_1 T_2) g_{1, j1, i0} g_{2, j1, i0} g_{3, j0, i1}}{T_1^2 T_2} + \frac{(-1 + T_1 T_2) g_{1, j1, j0} g_{2, j1, i0} g_{3, j0, i1}}{T_1 T_2}$$

Out[*]=

$$- \frac{(-1 + T_1 T_2) g_{1, j1, i0} g_{2, i1, i0} g_{3, j0, i1}}{T_1^3 T_2} + \frac{(-1 + T_1 T_2) g_{1, j1, j0} g_{2, i1, i0} g_{3, j0, i1}}{T_1^2 T_2} +$$

$$\frac{(-1 + T_1 T_2) g_{1, j1, i0} g_{2, j1, i0} g_{3, j0, i1}}{T_1^3 T_2} - \frac{(-1 + T_1 T_2) g_{1, j1, j0} g_{2, j1, i0} g_{3, j0, i1}}{T_1^2 T_2}$$

```
In[*]:=
T1[\varphi_, k_] = px2g[\gamma_1[\varphi, k]]
```

Out[*]=

$$\frac{\varphi g_{3, k, k}}{T_1}$$

```

In[*]:= T3 = T1 T2;
 $\Theta[K_]$  := Module[{Cs,  $\varphi$ , n, A, s, i, j, k,  $\Delta$ , G, gEval, Y, yEval, c, z},
  {Cs,  $\varphi$ } = Rot[K]; n = Length[Cs];
  A = IdentityMatrix[2 n + 1];
  Cases[Cs, {s_, i_, j_}  $\Rightarrow$  (A[[{i, j}, {i + 1, j + 1}]] +=  $\begin{pmatrix} -T^S & T^S & -1 \\ \mathbf{0} & & -1 \end{pmatrix}$ )]];
   $\Delta$  =  $T^{(-Total[\varphi] - Total[Cs[[All, 1]])]/2}$  Det[A];
  G = Inverse[A]; gEval[ $\mathcal{E}_$ ] := CCF[ $\mathcal{E}$  /.  $g_{\nu, \alpha, \beta}$   $\Rightarrow$  (G[[ $\alpha$ ,  $\beta$ ]] /. T  $\rightarrow$  T $_{\nu}$ )]];
  z = gEval[ $\sum_{k1=1}^n \sum_{k2=1}^n \Theta[Cs[[k1]], Cs[[k2]]]$ ];
  z += gEval[ $\sum_{k=1}^n R_1 @ Cs[[k]]$ ];
  z += gEval[ $\sum_{k=1}^{2n} T_1[\varphi[[k]], k]$ ];
  { $\Delta$ , ( $\Delta$  /. T  $\rightarrow$  T1) ( $\Delta$  /. T  $\rightarrow$  T2) ( $\Delta$  /. T  $\rightarrow$  T3) z} // CCF
];

```

```

In[*]:=  $\Theta_{T1, T2}[K_]$  := Module[{Cs,  $\varphi$ , n, A, s, i, j, k,  $\Delta$ , G, gEval, Y, yEval, c, z = 0},
  {Cs,  $\varphi$ } = Rot[K]; n = Length[Cs];
  temp = PrintTemporary["At work, n=", n];
  A = IdentityMatrix[2 n + 1];
  Cases[Cs, {s_, i_, j_}  $\Rightarrow$  (A[[{i, j}, {i + 1, j + 1}]] +=  $\begin{pmatrix} -T^S & T^S & -1 \\ \mathbf{0} & & -1 \end{pmatrix}$ )]];
   $\Delta[0]$  :=  $\Delta[0] = T^{(-Total[\varphi] - Total[Cs[[All, 1]])]/2}$  Det[A];
  G[0] := G[0] = Inverse[A];
  { $\Delta[1]$ , G[1]} = If[NumberQ@T1,
    {Det[A /. T  $\rightarrow$  T1], Inverse[A /. T  $\rightarrow$  T1]}, { $\Delta[0]$ , G[0]} /. T  $\rightarrow$  T1];
  temp = PrintTemporary@"Done with { $\Delta[1]$ , G[1]}.";
  { $\Delta[2]$ , G[2]} = If[NumberQ@T2,
    {Det[A /. T  $\rightarrow$  T2], Inverse[A /. T  $\rightarrow$  T2]}, { $\Delta[0]$ , G[0]} /. T  $\rightarrow$  T2];
  NotebookDelete[temp]; temp = PrintTemporary@"Done with { $\Delta[2]$ , G[2]}.";
  { $\Delta[3]$ , G[3]} = If[NumberQ[T1 T2],
    {Det[A /. T  $\rightarrow$  T1 T2], Inverse[A /. T  $\rightarrow$  T1 T2]}, { $\Delta[0]$ , G[0]} /. T  $\rightarrow$  T1 T2];
  NotebookDelete[temp]; temp = PrintTemporary@"Done with { $\Delta[3]$ , G[3]}.";
  gEval[ $\mathcal{E}_$ ] := CCF[ $\mathcal{E}$  /. {T1  $\rightarrow$  T1, T2  $\rightarrow$  T2,  $g_{\nu, \alpha, \beta}$   $\Rightarrow$  G[ $\nu$ ][ $\alpha$ ,  $\beta$ ]}];
  Do[z += gEval[ $\Theta[Cs[[k1]], Cs[[k2]]]$ ], {k1, n}, {k2, n}];
  Do[z += gEval[R1 @@ Cs[[k]], {k, n}];
  Do[z += gEval[T1[ $\varphi[[k]], k]$ ], {k, 2 n}];
  NotebookDelete[temp];
  { $\Delta[1]$ ,  $\Delta[2]$ ,  $\Delta[3]$ ,  $\Delta[1] \times \Delta[2] \times \Delta[3]$  z} // CCF
];

```

In[*]:= **Timing**[Θ [Knot[3, 1]]]

Out[*]=

$$\left\{ 0.015625, \left\{ \frac{1 - T + T^2}{T}, -\frac{-1 + T_1 - T_1^2 + T_2 - T_1^2 T_2 + 2 T_1^3 T_2 - T_2^2 - T_1 T_2^2 + T_1^2 T_2^2 - 2 T_1^3 T_2^2 + 2 T_1 T_2^3 - 2 T_1^2 T_2^3 + 2 T_1^3 T_2^3}{T_1^2 T_2} \right\} \right\}$$

In[*]:= **Timing**[Θ_{T_1, T_2} [Knot[3, 1]]]

Out[*]=

$$\left\{ 0., \left\{ \frac{1 - T_1 + T_1^2}{T_1}, \frac{1 - T_2 + T_2^2}{T_2}, \frac{1 - T_1 T_2 + T_1^2 T_2^2}{T_1 T_2}, -\frac{-1 + T_1 - T_1^2 + T_2 - T_1^2 T_2 + 2 T_1^3 T_2 - T_2^2 - T_1 T_2^2 + T_1^2 T_2^2 - 2 T_1^3 T_2^2 + 2 T_1 T_2^3 - 2 T_1^2 T_2^3 + 2 T_1^3 T_2^3}{T_1^2 T_2} \right\} \right\}$$

In[*]:= **Timing**[Θ [Knot[4, 1]]]

Out[*]=

$$\left\{ 0., \left\{ -\frac{1 - 3 T + T^2}{T}, \frac{(1 - 3 T_1 + T_1^2) (-1 + T_1 T_2) (1 + T_1 T_2) (1 - 3 T_2 + T_2^2)}{T_1^3 T_2^2} \right\} \right\}$$

In[*]:= **Timing**[Θ [Knot["K11n34"]]]

Out[*]=

$$\left\{ 0.03125, \left\{ 1, -\frac{1}{T_1^7 T_2^6} \left(T_1^2 - 2 T_1^3 + T_1^4 - 2 T_1 T_2 + 2 T_1^2 T_2 + 2 T_1^5 T_2 - 2 T_1^6 T_2 + T_2^2 + 2 T_1 T_2^2 - 2 T_1^2 T_2^2 - 2 T_1^4 T_2^2 - 2 T_1^6 T_2^2 + 2 T_1^7 T_2^2 + T_1^8 T_2^2 - 2 T_2^3 + T_1^4 T_2^3 + T_1^5 T_2^3 - 2 T_1^9 T_2^3 + T_2^4 - 2 T_1^2 T_2^4 + T_1^3 T_2^4 + 2 T_1^4 T_2^4 + 2 T_1^6 T_2^4 + T_1^7 T_2^4 - 2 T_1^8 T_2^4 + T_1^{10} T_2^4 + 2 T_1 T_2^5 + T_1^3 T_2^5 - 4 T_1^5 T_2^5 - 4 T_1^6 T_2^5 + T_1^8 T_2^5 + 2 T_1^{10} T_2^5 - 2 T_1 T_2^6 - 2 T_1^2 T_2^6 + 2 T_1^4 T_2^6 - 4 T_1^5 T_2^6 + 12 T_1^6 T_2^6 - 4 T_1^7 T_2^6 + 2 T_1^8 T_2^6 - 2 T_1^{10} T_2^6 - 2 T_1^{11} T_2^6 + 2 T_1^2 T_2^7 + T_1^4 T_2^7 - 4 T_1^6 T_2^7 - 4 T_1^7 T_2^7 + T_1^9 T_2^7 + 2 T_1^{11} T_2^7 + T_1^2 T_2^8 - 2 T_1^4 T_2^8 + T_1^5 T_2^8 + 2 T_1^6 T_2^8 + 2 T_1^8 T_2^8 + T_1^9 T_2^8 - 2 T_1^{10} T_2^8 + T_1^{12} T_2^8 - 2 T_1^3 T_2^9 + T_1^7 T_2^9 + T_1^8 T_2^9 - 2 T_1^{12} T_2^9 + T_1^4 T_2^{10} + 2 T_1^5 T_2^{10} - 2 T_1^6 T_2^{10} - 2 T_1^8 T_2^{10} - 2 T_1^{10} T_2^{10} + 2 T_1^{11} T_2^{10} + T_1^{12} T_2^{10} - 2 T_1^6 T_2^{11} + 2 T_1^7 T_2^{11} + 2 T_1^{10} T_2^{11} - 2 T_1^{11} T_2^{11} + T_1^8 T_2^{12} - 2 T_1^9 T_2^{12} + T_1^{10} T_2^{12} \right) \right\} \right\}$$

In[*]:= **Timing**[Θ [Knot["K11n42"]]]

Out[*]=

$$\left\{ 0., \left\{ 1, \frac{1}{T_1^4 T_2^3} \left(T_1 + T_1^2 + T_2 - 2 T_1 T_2 - 2 T_1^2 T_2 - 2 T_1^3 T_2 + T_1^4 T_2 + T_2^2 - 2 T_1 T_2^2 + 2 T_1^2 T_2^2 + 2 T_1^3 T_2^2 - 2 T_1^4 T_2^2 + T_1^5 T_2^2 - 2 T_1 T_2^3 + 2 T_1^2 T_2^3 + 2 T_1^4 T_2^3 - 2 T_1^5 T_2^3 + T_1 T_2^4 - 2 T_1^2 T_2^4 + 2 T_1^3 T_2^4 + 2 T_1^4 T_2^4 - 2 T_1^5 T_2^4 + T_1^6 T_2^4 + T_1^4 T_2^5 + T_1^5 T_2^5 \right) \right\} \right\}$$

```
In[*]:= PD[GST48] = PD[X[1, 15, 2, 14], X[29, 2, 30, 3], X[40, 4, 41, 3],
  X[4, 44, 5, 43], X[5, 26, 6, 27], X[95, 7, 96, 6], X[7, 1, 8, 96], X[8, 14, 9, 13],
  X[28, 9, 29, 10], X[41, 11, 42, 10], X[11, 43, 12, 42], X[12, 27, 13, 28],
  X[15, 31, 16, 30], X[61, 16, 62, 17], X[72, 17, 73, 18], X[83, 18, 84, 19],
  X[34, 20, 35, 19], X[20, 89, 21, 90], X[92, 21, 93, 22], X[22, 79, 23, 80],
  X[23, 68, 24, 69], X[24, 57, 25, 58], X[56, 25, 57, 26], X[31, 63, 32, 62],
  X[32, 74, 33, 73], X[33, 85, 34, 84], X[35, 50, 36, 51], X[81, 37, 82, 36],
  X[70, 38, 71, 37], X[59, 39, 60, 38], X[54, 39, 55, 40], X[55, 45, 56, 44],
  X[45, 59, 46, 58], X[46, 70, 47, 69], X[47, 81, 48, 80], X[91, 49, 92, 48],
  X[49, 91, 50, 90], X[82, 52, 83, 51], X[71, 53, 72, 52], X[60, 54, 61, 53],
  X[74, 63, 75, 64], X[85, 64, 86, 65], X[65, 76, 66, 77], X[66, 87, 67, 88],
  X[94, 67, 95, 68], X[86, 75, 87, 76], X[77, 88, 78, 89], X[93, 78, 94, 79]];
```

```
In[*]:= AbsoluteTiming[gst48 = @GST48]
```

Out[*]=

$$\left\{ 11.4869, \left\{ -\frac{(-1 + 2T - T^2 - T^3 + 2T^4 - T^5 + T^8)(-1 + T^3 - 2T^4 + T^5 + T^6 - 2T^7 + T^8)}{T^8}, \right. \right.$$

$$\frac{1}{T_1^{21} T_2^{20}} \left(T_1^5 - 3T_1^6 + 4T_1^7 - 2T_1^8 - 2T_1^9 + 4T_1^{10} - 2T_1^{11} - 2T_1^{12} + 4T_1^{13} - 3T_1^{14} + T_1^{15} - 3T_1^5 T_2 + 6T_1^6 T_2 - 3T_1^7 T_2 - \right.$$

$$6T_1^8 T_2 + 12T_1^9 T_2 - 6T_1^{10} T_2 - 6T_1^{11} T_2 + 12T_1^{12} T_2 - 6T_1^{13} T_2 - 3T_1^{14} T_2 + 6T_1^{15} T_2 - 3T_1^{16} T_2 - T_1^3 T_2^2 +$$

$$3T_1^4 T_2^2 - T_1^6 T_2^2 - 4T_1^7 T_2^2 + 9T_1^8 T_2^2 - 7T_1^9 T_2^2 - 3T_1^{10} T_2^2 + 8T_1^{11} T_2^2 - 3T_1^{12} T_2^2 - 7T_1^{13} T_2^2 + 9T_1^{14} T_2^2 -$$

$$4T_1^{15} T_2^2 - T_1^{16} T_2^2 + 3T_1^{18} T_2^2 - T_1^{19} T_2^2 - T_1^2 T_2^3 + 6T_1^3 T_2^3 - 10T_1^4 T_2^3 + 3T_1^5 T_2^3 + 2T_1^6 T_2^3 - 3T_1^7 T_2^3 + 4T_1^8 T_2^3 -$$

$$2T_1^9 T_2^3 + 2T_1^{10} T_2^3 - T_1^{11} T_2^3 - T_1^{12} T_2^3 + 2T_1^{13} T_2^3 - 2T_1^{14} T_2^3 + 4T_1^{15} T_2^3 - 3T_1^{16} T_2^3 + 2T_1^{17} T_2^3 + 3T_1^{18} T_2^3 -$$

$$10T_1^{19} T_2^3 + 6T_1^{20} T_2^3 - T_1^{21} T_2^3 + 3T_1^2 T_2^4 - 10T_1^3 T_2^4 + 3T_1^4 T_2^4 + 17T_1^5 T_2^4 - 19T_1^6 T_2^4 + 10T_1^7 T_2^4 - 7T_1^8 T_2^4 +$$

$$6T_1^9 T_2^4 - T_1^{10} T_2^4 - 18T_1^{11} T_2^4 + 35T_1^{12} T_2^4 - 18T_1^{13} T_2^4 - T_1^{14} T_2^4 + 6T_1^{15} T_2^4 - 7T_1^{16} T_2^4 + 10T_1^{17} T_2^4 -$$

$$19T_1^{18} T_2^4 + 17T_1^{19} T_2^4 + 3T_1^{20} T_2^4 - 10T_1^{21} T_2^4 + 3T_1^2 T_2^5 + T_2^5 - 3T_1 T_2^5 + 3T_1^3 T_2^5 + 17T_1^4 T_2^5 - 38T_1^5 T_2^5 +$$

$$22T_1^6 T_2^5 + 7T_1^7 T_2^5 - 11T_1^8 T_2^5 - 6T_1^9 T_2^5 + 14T_1^{10} T_2^5 + 11T_1^{11} T_2^5 - 31T_1^{12} T_2^5 + 9T_1^{13} T_2^5 + T_1^{14} T_2^5 + 8T_1^{16} T_2^5 -$$

$$15T_1^{17} T_2^5 + 9T_1^{18} T_2^5 + 16T_1^{19} T_2^5 - 32T_1^{20} T_2^5 + 15T_1^{21} T_2^5 + 3T_1^{22} T_2^5 - 3T_1^{24} T_2^5 + T_1^{25} T_2^5 - 3T_2^6 + 6T_1 T_2^6 -$$

$$T_1^2 T_2^6 + 2T_1^3 T_2^6 - 19T_1^4 T_2^6 + 22T_1^5 T_2^6 + 24T_1^6 T_2^6 - 68T_1^7 T_2^6 + 43T_1^8 T_2^6 + 9T_1^9 T_2^6 - 29T_1^{10} T_2^6 + 2T_1^{11} T_2^6 -$$

$$12T_1^{12} T_2^6 + 28T_1^{13} T_2^6 - 42T_1^{14} T_2^6 + 26T_1^{15} T_2^6 - 29T_1^{16} T_2^6 - T_1^{17} T_2^6 + 45T_1^{18} T_2^6 - 64T_1^{19} T_2^6 + 24T_1^{20} T_2^6 +$$

$$18T_1^{21} T_2^6 - 17T_1^{22} T_2^6 + 2T_1^{23} T_2^6 - T_1^{24} T_2^6 + 6T_1^{25} T_2^6 - 3T_1^{26} T_2^6 + 4T_2^7 - 3T_1 T_2^7 - 4T_1^2 T_2^7 - 3T_1^3 T_2^7 +$$

$$10T_1^4 T_2^7 + 7T_1^5 T_2^7 - 68T_1^6 T_2^7 + 74T_1^7 T_2^7 + 14T_1^8 T_2^7 - 56T_1^9 T_2^7 + 14T_1^{10} T_2^7 + 55T_1^{11} T_2^7 - 23T_1^{12} T_2^7 +$$

$$11T_1^{13} T_2^7 + 51T_1^{14} T_2^7 - 33T_1^{15} T_2^7 + 41T_1^{16} T_2^7 + 28T_1^{17} T_2^7 - 60T_1^{18} T_2^7 + 16T_1^{19} T_2^7 + 68T_1^{20} T_2^7 -$$

$$62T_1^{21} T_2^7 + 5T_1^{22} T_2^7 + 10T_1^{23} T_2^7 - 3T_1^{24} T_2^7 - 4T_1^{25} T_2^7 - 3T_1^{26} T_2^7 + 4T_1^{27} T_2^7 - 2T_2^8 - 6T_1 T_2^8 + 9T_1^2 T_2^8 +$$

$$4T_1^3 T_2^8 - 7T_1^4 T_2^8 - 11T_1^5 T_2^8 + 43T_1^6 T_2^8 + 14T_1^7 T_2^8 - 123T_1^8 T_2^8 + 133T_1^9 T_2^8 - 36T_1^{10} T_2^8 - 89T_1^{11} T_2^8 +$$

$$136T_1^{12} T_2^8 - 127T_1^{13} T_2^8 + 31T_1^{14} T_2^8 - 31T_1^{15} T_2^8 + 16T_1^{16} T_2^8 - 33T_1^{17} T_2^8 - 28T_1^{18} T_2^8 + 109T_1^{19} T_2^8 -$$

$$115T_1^{20} T_2^8 + 14T_1^{21} T_2^8 + 51T_1^{22} T_2^8 - 27T_1^{23} T_2^8 + T_1^{24} T_2^8 + 4T_1^{25} T_2^8 + 9T_1^{26} T_2^8 - 6T_1^{27} T_2^8 - 2T_1^{28} T_2^8 -$$

$$2T_2^9 + 12T_1 T_2^9 - 7T_1^2 T_2^9 - 2T_1^3 T_2^9 + 6T_1^4 T_2^9 - 6T_1^5 T_2^9 + 9T_1^6 T_2^9 - 56T_1^7 T_2^9 + 133T_1^8 T_2^9 - 149T_1^9 T_2^9 -$$

$$10T_1^{10} T_2^9 + 224T_1^{11} T_2^9 - 314T_1^{12} T_2^9 + 67T_1^{13} T_2^9 + 111T_1^{14} T_2^9 - 124T_1^{15} T_2^9 + 38T_1^{16} T_2^9 - 49T_1^{17} T_2^9 +$$

$$50T_1^{18} T_2^9 - 38T_1^{19} T_2^9 - 47T_1^{20} T_2^9 + 95T_1^{21} T_2^9 - 68T_1^{22} T_2^9 + 8T_1^{23} T_2^9 + 32T_1^{24} T_2^9 - 19T_1^{25} T_2^9 - 2T_1^{26} T_2^9 -$$

$$7T_1^{27} T_2^9 + 12T_1^{28} T_2^9 - 2T_1^{29} T_2^9 + 4T_2^{10} - 6T_1 T_2^{10} - 3T_1^2 T_2^{10} + 2T_1^3 T_2^{10} - T_1^4 T_2^{10} + 14T_1^5 T_2^{10} - 29T_1^6 T_2^{10} +$$

$$14T_1^7 T_2^{10} - 36T_1^8 T_2^{10} - 10T_1^9 T_2^{10} + 240T_1^{10} T_2^{10} - 314T_1^{11} T_2^{10} + 74T_1^{12} T_2^{10} + 431T_1^{13} T_2^{10} - 386T_1^{14} T_2^{10} +$$

$$200T_1^{15} T_2^{10} + 34T_1^{16} T_2^{10} - 37T_1^{17} T_2^{10} + 186T_1^{18} T_2^{10} - 186T_1^{19} T_2^{10} + 136T_1^{20} T_2^{10} - 22T_1^{21} T_2^{10} - 12T_1^{22} T_2^{10} +$$

$$46T_1^{23} T_2^{10} - 93T_1^{24} T_2^{10} + 30T_1^{25} T_2^{10} + 11T_1^{26} T_2^{10} + 2T_1^{27} T_2^{10} - 3T_1^{28} T_2^{10} - 6T_1^{29} T_2^{10} + 4T_1^{30} T_2^{10} - 2T_1^{11} -$$

$$6T_1 T_2^{11} + 8T_1^2 T_2^{11} - T_1^3 T_2^{11} - 18T_1^4 T_2^{11} + 11T_1^5 T_2^{11} + 2T_1^6 T_2^{11} + 55T_1^7 T_2^{11} - 89T_1^8 T_2^{11} + 224T_1^9 T_2^{11} -$$

$$\begin{aligned}
 & 314 T_1^{10} T_2^{11} - 92 T_1^{11} T_2^{11} + 764 T_1^{12} T_2^{11} - 899 T_1^{13} T_2^{11} + 273 T_1^{14} T_2^{11} + 176 T_1^{15} T_2^{11} - 382 T_1^{16} T_2^{11} + \\
 & 391 T_1^{17} T_2^{11} - 420 T_1^{18} T_2^{11} + 75 T_1^{19} T_2^{11} + 212 T_1^{20} T_2^{11} - 156 T_1^{21} T_2^{11} - 46 T_1^{22} T_2^{11} - 6 T_1^{23} T_2^{11} + 65 T_1^{24} T_2^{11} + \\
 & 76 T_1^{25} T_2^{11} - 107 T_1^{26} T_2^{11} + 31 T_1^{27} T_2^{11} - T_1^{28} T_2^{11} + 8 T_1^{29} T_2^{11} - 6 T_1^{30} T_2^{11} - 2 T_1^{31} T_2^{11} - 2 T_1^{12} + 12 T_1 T_2^{12} - \\
 & 3 T_1^2 T_2^{12} - T_1^3 T_2^{12} + 35 T_1^4 T_2^{12} - 31 T_1^5 T_2^{12} - 12 T_1^6 T_2^{12} - 23 T_1^7 T_2^{12} + 136 T_1^8 T_2^{12} - 314 T_1^9 T_2^{12} + 74 T_1^{10} T_2^{12} + \\
 & 764 T_1^{11} T_2^{12} - 1304 T_1^{12} T_2^{12} + 293 T_1^{13} T_2^{12} + 744 T_1^{14} T_2^{12} - 996 T_1^{15} T_2^{12} + 616 T_1^{16} T_2^{12} - 380 T_1^{17} T_2^{12} - \\
 & 68 T_1^{18} T_2^{12} + 589 T_1^{19} T_2^{12} - 596 T_1^{20} T_2^{12} - 72 T_1^{21} T_2^{12} + 294 T_1^{22} T_2^{12} + 38 T_1^{23} T_2^{12} - 64 T_1^{24} T_2^{12} - \\
 & 123 T_1^{25} T_2^{12} + 60 T_1^{26} T_2^{12} + 93 T_1^{27} T_2^{12} - 69 T_1^{28} T_2^{12} - T_1^{29} T_2^{12} - 3 T_1^{30} T_2^{12} + 12 T_1^{31} T_2^{12} - 2 T_1^{32} T_2^{12} + 4 T_1^{13} - \\
 & 6 T_1 T_2^{13} - 7 T_1^2 T_2^{13} + 2 T_1^3 T_2^{13} - 18 T_1^4 T_2^{13} + 9 T_1^5 T_2^{13} + 28 T_1^6 T_2^{13} + 11 T_1^7 T_2^{13} - 127 T_1^8 T_2^{13} + 67 T_1^9 T_2^{13} + \\
 & 431 T_1^{10} T_2^{13} - 899 T_1^{11} T_2^{13} + 293 T_1^{12} T_2^{13} + 1556 T_1^{13} T_2^{13} - 1724 T_1^{14} T_2^{13} + 887 T_1^{15} T_2^{13} + 223 T_1^{16} T_2^{13} - \\
 & 480 T_1^{17} T_2^{13} + 998 T_1^{18} T_2^{13} - 905 T_1^{19} T_2^{13} + 212 T_1^{20} T_2^{13} + 686 T_1^{21} T_2^{13} - 294 T_1^{22} T_2^{13} - 313 T_1^{23} T_2^{13} + \\
 & 146 T_1^{24} T_2^{13} + 24 T_1^{25} T_2^{13} + 123 T_1^{26} T_2^{13} - 238 T_1^{27} T_2^{13} + 65 T_1^{28} T_2^{13} + 45 T_1^{29} T_2^{13} + 2 T_1^{30} T_2^{13} - 7 T_1^{31} T_2^{13} - \\
 & 6 T_1^{32} T_2^{13} + 4 T_1^{33} T_2^{13} - 3 T_1^{14} - 3 T_1 T_2^{14} + 9 T_1^2 T_2^{14} - 2 T_1^3 T_2^{14} - T_1^4 T_2^{14} + T_1^5 T_2^{14} - 42 T_1^6 T_2^{14} + 51 T_1^7 T_2^{14} + \\
 & 31 T_1^8 T_2^{14} + 111 T_1^9 T_2^{14} - 386 T_1^{10} T_2^{14} + 273 T_1^{11} T_2^{14} + 744 T_1^{12} T_2^{14} - 1724 T_1^{13} T_2^{14} + 705 T_1^{14} T_2^{14} + \\
 & 482 T_1^{15} T_2^{14} - 1315 T_1^{16} T_2^{14} + 1061 T_1^{17} T_2^{14} - 855 T_1^{18} T_2^{14} - 140 T_1^{19} T_2^{14} + 809 T_1^{20} T_2^{14} - 758 T_1^{21} T_2^{14} - \\
 & 370 T_1^{22} T_2^{14} + 595 T_1^{23} T_2^{14} + 58 T_1^{24} T_2^{14} - 229 T_1^{25} T_2^{14} + T_1^{26} T_2^{14} + 95 T_1^{27} T_2^{14} + 124 T_1^{28} T_2^{14} - 151 T_1^{29} T_2^{14} + \\
 & 19 T_1^{30} T_2^{14} - 2 T_1^{31} T_2^{14} + 9 T_1^{32} T_2^{14} - 3 T_1^{33} T_2^{14} - 3 T_1^{34} T_2^{14} + T_1^{15} + 6 T_1 T_2^{15} - 4 T_1^2 T_2^{15} + 4 T_1^3 T_2^{15} + \\
 & 6 T_1^4 T_2^{15} + 26 T_1^6 T_2^{15} - 33 T_1^7 T_2^{15} - 31 T_1^8 T_2^{15} - 124 T_1^9 T_2^{15} + 200 T_1^{10} T_2^{15} + 176 T_1^{11} T_2^{15} - 996 T_1^{12} T_2^{15} + \\
 & 887 T_1^{13} T_2^{15} + 482 T_1^{14} T_2^{15} - 1534 T_1^{15} T_2^{15} + 1712 T_1^{16} T_2^{15} - 619 T_1^{17} T_2^{15} - 569 T_1^{18} T_2^{15} + 1420 T_1^{19} T_2^{15} - \\
 & 914 T_1^{20} T_2^{15} - 229 T_1^{21} T_2^{15} + 992 T_1^{22} T_2^{15} - 257 T_1^{23} T_2^{15} - 598 T_1^{24} T_2^{15} + 440 T_1^{25} T_2^{15} - 15 T_1^{26} T_2^{15} - \\
 & 50 T_1^{27} T_2^{15} - 167 T_1^{28} T_2^{15} + 92 T_1^{29} T_2^{15} + 74 T_1^{30} T_2^{15} - 49 T_1^{31} T_2^{15} + 4 T_1^{32} T_2^{15} - 4 T_1^{33} T_2^{15} + 6 T_1^{34} T_2^{15} + \\
 & T_1^{35} T_2^{15} - 3 T_1 T_2^{16} - T_1^2 T_2^{16} - 3 T_1^3 T_2^{16} - 7 T_1^4 T_2^{16} + 8 T_1^5 T_2^{16} - 29 T_1^6 T_2^{16} + 41 T_1^7 T_2^{16} + 16 T_1^8 T_2^{16} + \\
 & 38 T_1^9 T_2^{16} + 34 T_1^{10} T_2^{16} - 382 T_1^{11} T_2^{16} + 616 T_1^{12} T_2^{16} + 223 T_1^{13} T_2^{16} - 1315 T_1^{14} T_2^{16} + 1712 T_1^{15} T_2^{16} - \\
 & 720 T_1^{16} T_2^{16} - 1180 T_1^{17} T_2^{16} + 2146 T_1^{18} T_2^{16} - 1310 T_1^{19} T_2^{16} - 260 T_1^{20} T_2^{16} + 1108 T_1^{21} T_2^{16} - 545 T_1^{22} T_2^{16} - \\
 & 555 T_1^{23} T_2^{16} + 792 T_1^{24} T_2^{16} - 94 T_1^{25} T_2^{16} - 350 T_1^{26} T_2^{16} + 256 T_1^{27} T_2^{16} - 24 T_1^{28} T_2^{16} + 109 T_1^{29} T_2^{16} - \\
 & 189 T_1^{30} T_2^{16} + 60 T_1^{31} T_2^{16} + 17 T_1^{32} T_2^{16} - 3 T_1^{33} T_2^{16} - T_1^{34} T_2^{16} - 3 T_1^{35} T_2^{16} + 2 T_1^3 T_2^{17} + 10 T_1^4 T_2^{17} - \\
 & 15 T_1^5 T_2^{17} - T_1^6 T_2^{17} + 28 T_1^7 T_2^{17} - 33 T_1^8 T_2^{17} - 49 T_1^9 T_2^{17} - 37 T_1^{10} T_2^{17} + 391 T_1^{11} T_2^{17} - 380 T_1^{12} T_2^{17} - \\
 & 480 T_1^{13} T_2^{17} + 1061 T_1^{14} T_2^{17} - 619 T_1^{15} T_2^{17} - 1180 T_1^{16} T_2^{17} + 2566 T_1^{17} T_2^{17} - 1730 T_1^{18} T_2^{17} - 591 T_1^{19} T_2^{17} + \\
 & 1520 T_1^{20} T_2^{17} - 933 T_1^{21} T_2^{17} - 265 T_1^{22} T_2^{17} + 476 T_1^{23} T_2^{17} + 123 T_1^{24} T_2^{17} - 791 T_1^{25} T_2^{17} + 681 T_1^{26} T_2^{17} - \\
 & 213 T_1^{27} T_2^{17} - 82 T_1^{28} T_2^{17} - 8 T_1^{29} T_2^{17} + 74 T_1^{30} T_2^{17} + 42 T_1^{31} T_2^{17} - 59 T_1^{32} T_2^{17} + 10 T_1^{33} T_2^{17} + 2 T_1^{34} T_2^{17} + \\
 & 3 T_1^2 T_2^{18} + 3 T_1^3 T_2^{18} - 19 T_1^4 T_2^{18} + 9 T_1^5 T_2^{18} + 45 T_1^6 T_2^{18} - 60 T_1^7 T_2^{18} - 28 T_1^8 T_2^{18} + 50 T_1^9 T_2^{18} + 186 T_1^{10} T_2^{18} - \\
 & 420 T_1^{11} T_2^{18} - 68 T_1^{12} T_2^{18} + 998 T_1^{13} T_2^{18} - 855 T_1^{14} T_2^{18} - 569 T_1^{15} T_2^{18} + 2146 T_1^{16} T_2^{18} - 1730 T_1^{17} T_2^{18} - \\
 & 492 T_1^{18} T_2^{18} + 2218 T_1^{19} T_2^{18} - 1372 T_1^{20} T_2^{18} - 146 T_1^{21} T_2^{18} + 878 T_1^{22} T_2^{18} - 163 T_1^{23} T_2^{18} - 695 T_1^{24} T_2^{18} + \\
 & 872 T_1^{25} T_2^{18} - 162 T_1^{26} T_2^{18} - 458 T_1^{27} T_2^{18} + 506 T_1^{28} T_2^{18} - 208 T_1^{29} T_2^{18} + 44 T_1^{30} T_2^{18} - 100 T_1^{31} T_2^{18} + \\
 & 79 T_1^{32} T_2^{18} - 19 T_1^{33} T_2^{18} - 5 T_1^{34} T_2^{18} + 3 T_1^{35} T_2^{18} + 3 T_1^{36} T_2^{18} - T_1^2 T_2^{19} - 10 T_1^3 T_2^{19} + 17 T_1^4 T_2^{19} + 16 T_1^5 T_2^{19} - \\
 & 64 T_1^6 T_2^{19} + 16 T_1^7 T_2^{19} + 109 T_1^8 T_2^{19} - 38 T_1^9 T_2^{19} - 186 T_1^{10} T_2^{19} + 75 T_1^{11} T_2^{19} + 589 T_1^{12} T_2^{19} - 905 T_1^{13} T_2^{19} - \\
 & 140 T_1^{14} T_2^{19} + 1420 T_1^{15} T_2^{19} - 1310 T_1^{16} T_2^{19} - 591 T_1^{17} T_2^{19} + 2218 T_1^{18} T_2^{19} - 2027 T_1^{19} T_2^{19} + 155 T_1^{20} T_2^{19} + \\
 & 1033 T_1^{21} T_2^{19} - 840 T_1^{22} T_2^{19} - 49 T_1^{23} T_2^{19} + 464 T_1^{24} T_2^{19} + 37 T_1^{25} T_2^{19} - 842 T_1^{26} T_2^{19} + 972 T_1^{27} T_2^{19} - \\
 & 412 T_1^{28} T_2^{19} - 44 T_1^{29} T_2^{19} + 150 T_1^{30} T_2^{19} - 21 T_1^{31} T_2^{19} - 10 T_1^{32} T_2^{19} - 42 T_1^{33} T_2^{19} + 50 T_1^{34} T_2^{19} - 13 T_1^{35} T_2^{19} - \\
 & 10 T_1^{36} T_2^{19} - T_1^{37} T_2^{19} + 6 T_1^3 T_2^{20} + 3 T_1^4 T_2^{20} - 32 T_1^5 T_2^{20} + 24 T_1^6 T_2^{20} + 68 T_1^7 T_2^{20} - 115 T_1^8 T_2^{20} - 47 T_1^9 T_2^{20} + \\
 & 136 T_1^{10} T_2^{20} + 212 T_1^{11} T_2^{20} - 596 T_1^{12} T_2^{20} + 212 T_1^{13} T_2^{20} + 809 T_1^{14} T_2^{20} - 914 T_1^{15} T_2^{20} - 260 T_1^{16} T_2^{20} + \\
 & 1520 T_1^{17} T_2^{20} - 1372 T_1^{18} T_2^{20} + 155 T_1^{19} T_2^{20} + 1056 T_1^{20} T_2^{20} - 1291 T_1^{21} T_2^{20} + 674 T_1^{22} T_2^{20} - 128 T_1^{23} T_2^{20} - \\
 & 56 T_1^{24} T_2^{20} - 374 T_1^{25} T_2^{20} + 603 T_1^{26} T_2^{20} - 180 T_1^{27} T_2^{20} - 504 T_1^{28} T_2^{20} + 592 T_1^{29} T_2^{20} - 340 T_1^{30} T_2^{20} + \\
 & 71 T_1^{31} T_2^{20} - 39 T_1^{32} T_2^{20} + 100 T_1^{33} T_2^{20} - 60 T_1^{34} T_2^{20} - 8 T_1^{35} T_2^{20} + 19 T_1^{36} T_2^{20} + 6 T_1^{37} T_2^{20} - T_1^3 T_2^{21} - \\
 & 10 T_1^4 T_2^{21} + 15 T_1^5 T_2^{21} + 18 T_1^6 T_2^{21} - 62 T_1^7 T_2^{21} + 14 T_1^8 T_2^{21} + 95 T_1^9 T_2^{21} - 22 T_1^{10} T_2^{21} - 156 T_1^{11} T_2^{21} - \\
 & 72 T_1^{12} T_2^{21} + 686 T_1^{13} T_2^{21} - 758 T_1^{14} T_2^{21} - 229 T_1^{15} T_2^{21} + 1108 T_1^{16} T_2^{21} - 933 T_1^{17} T_2^{21} - 146 T_1^{18} T_2^{21} + \\
 & 1033 T_1^{19} T_2^{21} - 1291 T_1^{20} T_2^{21} + 891 T_1^{21} T_2^{21} - 152 T_1^{22} T_2^{21} - 395 T_1^{23} T_2^{21} + 328 T_1^{24} T_2^{21} + 152 T_1^{25} T_2^{21} -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 52 T_1^{26} T_2^{21} - 695 T_1^{27} T_2^{21} + 1069 T_1^{28} T_2^{21} - 559 T_1^{29} T_2^{21} - 14 T_1^{30} T_2^{21} + 166 T_1^{31} T_2^{21} - 35 T_1^{32} T_2^{21} - \\
 & 12 T_1^{33} T_2^{21} - 40 T_1^{34} T_2^{21} + 52 T_1^{35} T_2^{21} - 15 T_1^{36} T_2^{21} - 10 T_1^{37} T_2^{21} - T_1^{38} T_2^{21} + 3 T_1^4 T_2^{22} + 3 T_1^5 T_2^{22} - \\
 & 17 T_1^6 T_2^{22} + 5 T_1^7 T_2^{22} + 51 T_1^8 T_2^{22} - 68 T_1^9 T_2^{22} - 12 T_1^{10} T_2^{22} - 46 T_1^{11} T_2^{22} + 294 T_1^{12} T_2^{22} - 294 T_1^{13} T_2^{22} - \\
 & 370 T_1^{14} T_2^{22} + 992 T_1^{15} T_2^{22} - 545 T_1^{16} T_2^{22} - 265 T_1^{17} T_2^{22} + 878 T_1^{18} T_2^{22} - 840 T_1^{19} T_2^{22} + 674 T_1^{20} T_2^{22} - \\
 & 152 T_1^{21} T_2^{22} - 206 T_1^{22} T_2^{22} + 744 T_1^{23} T_2^{22} - 390 T_1^{24} T_2^{22} + 141 T_1^{25} T_2^{22} - 385 T_1^{26} T_2^{22} + 866 T_1^{27} T_2^{22} - \\
 & 464 T_1^{28} T_2^{22} - 332 T_1^{29} T_2^{22} + 614 T_1^{30} T_2^{22} - 304 T_1^{31} T_2^{22} + 60 T_1^{32} T_2^{22} - 108 T_1^{33} T_2^{22} + 85 T_1^{34} T_2^{22} - \\
 & 23 T_1^{35} T_2^{22} - 3 T_1^{36} T_2^{22} + 3 T_1^{37} T_2^{22} + 3 T_1^{38} T_2^{22} + 2 T_1^6 T_2^{23} + 10 T_1^7 T_2^{23} - 27 T_1^8 T_2^{23} + 8 T_1^9 T_2^{23} + 46 T_1^{10} T_2^{23} - \\
 & 6 T_1^{11} T_2^{23} + 38 T_1^{12} T_2^{23} - 313 T_1^{13} T_2^{23} + 595 T_1^{14} T_2^{23} - 257 T_1^{15} T_2^{23} - 555 T_1^{16} T_2^{23} + 476 T_1^{17} T_2^{23} - \\
 & 163 T_1^{18} T_2^{23} - 49 T_1^{19} T_2^{23} - 128 T_1^{20} T_2^{23} - 395 T_1^{21} T_2^{23} + 744 T_1^{22} T_2^{23} - 1174 T_1^{23} T_2^{23} + 198 T_1^{24} T_2^{23} + \\
 & 191 T_1^{25} T_2^{23} - 109 T_1^{26} T_2^{23} + 48 T_1^{27} T_2^{23} - 668 T_1^{28} T_2^{23} + 885 T_1^{29} T_2^{23} - 489 T_1^{30} T_2^{23} + 5 T_1^{31} T_2^{23} + \\
 & 19 T_1^{32} T_2^{23} + 92 T_1^{33} T_2^{23} + 51 T_1^{34} T_2^{23} - 71 T_1^{35} T_2^{23} + 10 T_1^{36} T_2^{23} + 2 T_1^{37} T_2^{23} - 3 T_1^5 T_2^{24} - T_1^{24} - \\
 & 3 T_1^7 T_2^{24} + 8 T_1^8 T_2^{24} + 32 T_1^9 T_2^{24} - 93 T_1^{10} T_2^{24} + 65 T_1^{11} T_2^{24} - 64 T_1^{12} T_2^{24} + 146 T_1^{13} T_2^{24} + 58 T_1^{14} T_2^{24} - \\
 & 598 T_1^{15} T_2^{24} + 792 T_1^{16} T_2^{24} + 123 T_1^{17} T_2^{24} - 695 T_1^{18} T_2^{24} + 464 T_1^{19} T_2^{24} - 56 T_1^{20} T_2^{24} + 328 T_1^{21} T_2^{24} - \\
 & 390 T_1^{22} T_2^{24} + 198 T_1^{23} T_2^{24} + 404 T_1^{24} T_2^{24} - 140 T_1^{25} T_2^{24} + 75 T_1^{26} T_2^{24} - 655 T_1^{27} T_2^{24} + 968 T_1^{28} T_2^{24} - \\
 & 310 T_1^{29} T_2^{24} - 326 T_1^{30} T_2^{24} + 364 T_1^{31} T_2^{24} - 104 T_1^{32} T_2^{24} + 133 T_1^{33} T_2^{24} - 253 T_1^{34} T_2^{24} + 84 T_1^{35} T_2^{24} + \\
 & 25 T_1^{36} T_2^{24} - 3 T_1^{37} T_2^{24} - T_1^{38} T_2^{24} - 3 T_1^{39} T_2^{24} + T_1^5 T_2^{25} + 6 T_1^6 T_2^{25} - 4 T_1^7 T_2^{25} + 4 T_1^8 T_2^{25} - 19 T_1^9 T_2^{25} + \\
 & 30 T_1^{10} T_2^{25} + 76 T_1^{11} T_2^{25} - 123 T_1^{12} T_2^{25} + 24 T_1^{13} T_2^{25} - 229 T_1^{14} T_2^{25} + 440 T_1^{15} T_2^{25} - 94 T_1^{16} T_2^{25} - \\
 & 791 T_1^{17} T_2^{25} + 872 T_1^{18} T_2^{25} + 37 T_1^{19} T_2^{25} - 374 T_1^{20} T_2^{25} + 152 T_1^{21} T_2^{25} + 141 T_1^{22} T_2^{25} + 191 T_1^{23} T_2^{25} - \\
 & 140 T_1^{24} T_2^{25} + 246 T_1^{25} T_2^{25} - 674 T_1^{26} T_2^{25} + 977 T_1^{27} T_2^{25} - 52 T_1^{28} T_2^{25} - 868 T_1^{29} T_2^{25} + 680 T_1^{30} T_2^{25} - \\
 & 120 T_1^{31} T_2^{25} + 5 T_1^{32} T_2^{25} - 257 T_1^{33} T_2^{25} + 142 T_1^{34} T_2^{25} + 104 T_1^{35} T_2^{25} - 74 T_1^{36} T_2^{25} + 4 T_1^{37} T_2^{25} - 4 T_1^{38} T_2^{25} + \\
 & 6 T_1^{39} T_2^{25} + T_1^{40} T_2^{25} - 3 T_1^6 T_2^{26} - 3 T_1^7 T_2^{26} + 9 T_1^8 T_2^{26} - 2 T_1^9 T_2^{26} + 11 T_1^{10} T_2^{26} - 107 T_1^{11} T_2^{26} + 60 T_1^{12} T_2^{26} + \\
 & 123 T_1^{13} T_2^{26} + T_1^{14} T_2^{26} - 15 T_1^{15} T_2^{26} - 350 T_1^{16} T_2^{26} + 681 T_1^{17} T_2^{26} - 162 T_1^{18} T_2^{26} - 842 T_1^{19} T_2^{26} + \\
 & 603 T_1^{20} T_2^{26} - 52 T_1^{21} T_2^{26} - 385 T_1^{22} T_2^{26} - 109 T_1^{23} T_2^{26} + 75 T_1^{24} T_2^{26} - 674 T_1^{25} T_2^{26} + 707 T_1^{26} T_2^{26} + \\
 & 124 T_1^{27} T_2^{26} - 1276 T_1^{28} T_2^{26} + 1003 T_1^{29} T_2^{26} + 94 T_1^{30} T_2^{26} - 355 T_1^{31} T_2^{26} - 29 T_1^{32} T_2^{26} + 167 T_1^{33} T_2^{26} + \\
 & 226 T_1^{34} T_2^{26} - 259 T_1^{35} T_2^{26} + 31 T_1^{36} T_2^{26} - 2 T_1^{37} T_2^{26} + 9 T_1^{38} T_2^{26} - 3 T_1^{39} T_2^{26} - 3 T_1^{40} T_2^{26} + 4 T_1^7 T_2^{27} - \\
 & 6 T_1^8 T_2^{27} - 7 T_1^9 T_2^{27} + 2 T_1^{10} T_2^{27} + 31 T_1^{11} T_2^{27} + 93 T_1^{12} T_2^{27} - 238 T_1^{13} T_2^{27} + 95 T_1^{14} T_2^{27} - 50 T_1^{15} T_2^{27} + \\
 & 256 T_1^{16} T_2^{27} - 213 T_1^{17} T_2^{27} - 458 T_1^{18} T_2^{27} + 972 T_1^{19} T_2^{27} - 180 T_1^{20} T_2^{27} - 695 T_1^{21} T_2^{27} + 866 T_1^{22} T_2^{27} + \\
 & 48 T_1^{23} T_2^{27} - 655 T_1^{24} T_2^{27} + 977 T_1^{25} T_2^{27} + 124 T_1^{26} T_2^{27} - 1524 T_1^{27} T_2^{27} + 1365 T_1^{28} T_2^{27} + 147 T_1^{29} T_2^{27} - \\
 & 957 T_1^{30} T_2^{27} + 335 T_1^{31} T_2^{27} + 101 T_1^{32} T_2^{27} + 207 T_1^{33} T_2^{27} - 504 T_1^{34} T_2^{27} + 149 T_1^{35} T_2^{27} + 94 T_1^{36} T_2^{27} + \\
 & 2 T_1^{37} T_2^{27} - 7 T_1^{38} T_2^{27} - 6 T_1^{39} T_2^{27} + 4 T_1^{40} T_2^{27} - 2 T_1^8 T_2^{28} + 12 T_1^9 T_2^{28} - 3 T_1^{10} T_2^{28} - T_1^{11} T_2^{28} - 69 T_1^{12} T_2^{28} + \\
 & 65 T_1^{13} T_2^{28} + 124 T_1^{14} T_2^{28} - 167 T_1^{15} T_2^{28} - 24 T_1^{16} T_2^{28} - 82 T_1^{17} T_2^{28} + 506 T_1^{18} T_2^{28} - 412 T_1^{19} T_2^{28} - \\
 & 504 T_1^{20} T_2^{28} + 1069 T_1^{21} T_2^{28} - 464 T_1^{22} T_2^{28} - 668 T_1^{23} T_2^{28} + 968 T_1^{24} T_2^{28} - 52 T_1^{25} T_2^{28} - 1276 T_1^{26} T_2^{28} + \\
 & 1365 T_1^{27} T_2^{28} + 204 T_1^{28} T_2^{28} - 1248 T_1^{29} T_2^{28} + 726 T_1^{30} T_2^{28} + 270 T_1^{31} T_2^{28} - 224 T_1^{32} T_2^{28} - 267 T_1^{33} T_2^{28} + \\
 & 196 T_1^{34} T_2^{28} + 189 T_1^{35} T_2^{28} - 173 T_1^{36} T_2^{28} - T_1^{37} T_2^{28} - 3 T_1^{38} T_2^{28} + 12 T_1^{39} T_2^{28} - 2 T_1^{40} T_2^{28} - 2 T_1^9 T_2^{29} - \\
 & 6 T_1^{10} T_2^{29} + 8 T_1^{11} T_2^{29} - T_1^{12} T_2^{29} + 45 T_1^{13} T_2^{29} - 151 T_1^{14} T_2^{29} + 92 T_1^{15} T_2^{29} + 109 T_1^{16} T_2^{29} - 8 T_1^{17} T_2^{29} - \\
 & 208 T_1^{18} T_2^{29} - 44 T_1^{19} T_2^{29} + 592 T_1^{20} T_2^{29} - 559 T_1^{21} T_2^{29} - 332 T_1^{22} T_2^{29} + 885 T_1^{23} T_2^{29} - 310 T_1^{24} T_2^{29} - \\
 & 868 T_1^{25} T_2^{29} + 1003 T_1^{26} T_2^{29} + 147 T_1^{27} T_2^{29} - 1248 T_1^{28} T_2^{29} + 896 T_1^{29} T_2^{29} + 114 T_1^{30} T_2^{29} - 478 T_1^{31} T_2^{29} + \\
 & 75 T_1^{32} T_2^{29} + 119 T_1^{33} T_2^{29} + 166 T_1^{34} T_2^{29} - 269 T_1^{35} T_2^{29} + 94 T_1^{36} T_2^{29} - T_1^{37} T_2^{29} + 8 T_1^{38} T_2^{29} - 6 T_1^{39} T_2^{29} - \\
 & 2 T_1^{40} T_2^{29} + 4 T_1^{10} T_2^{30} - 6 T_1^{11} T_2^{30} - 3 T_1^{12} T_2^{30} + 2 T_1^{13} T_2^{30} + 19 T_1^{14} T_2^{30} + 74 T_1^{15} T_2^{30} - 189 T_1^{16} T_2^{30} + \\
 & 74 T_1^{17} T_2^{30} + 44 T_1^{18} T_2^{30} + 150 T_1^{19} T_2^{30} - 340 T_1^{20} T_2^{30} - 14 T_1^{21} T_2^{30} + 614 T_1^{22} T_2^{30} - 489 T_1^{23} T_2^{30} - \\
 & 326 T_1^{24} T_2^{30} + 680 T_1^{25} T_2^{30} + 94 T_1^{26} T_2^{30} - 957 T_1^{27} T_2^{30} + 726 T_1^{28} T_2^{30} + 114 T_1^{29} T_2^{30} - 444 T_1^{30} T_2^{30} + \\
 & 138 T_1^{31} T_2^{30} + 68 T_1^{32} T_2^{30} + 106 T_1^{33} T_2^{30} - 253 T_1^{34} T_2^{30} + 90 T_1^{35} T_2^{30} + 31 T_1^{36} T_2^{30} + 2 T_1^{37} T_2^{30} - 3 T_1^{38} T_2^{30} - \\
 & 6 T_1^{39} T_2^{30} + 4 T_1^{40} T_2^{30} - 2 T_1^{11} T_2^{31} + 12 T_1^{12} T_2^{31} - 7 T_1^{13} T_2^{31} - 2 T_1^{14} T_2^{31} - 49 T_1^{15} T_2^{31} + 60 T_1^{16} T_2^{31} + \\
 & 42 T_1^{17} T_2^{31} - 100 T_1^{18} T_2^{31} - 21 T_1^{19} T_2^{31} + 71 T_1^{20} T_2^{31} + 166 T_1^{21} T_2^{31} - 304 T_1^{22} T_2^{31} + 5 T_1^{23} T_2^{31} + 364 T_1^{24} T_2^{31} - \\
 & 120 T_1^{25} T_2^{31} - 355 T_1^{26} T_2^{31} + 335 T_1^{27} T_2^{31} + 270 T_1^{28} T_2^{31} - 478 T_1^{29} T_2^{31} + 138 T_1^{30} T_2^{31} + 173 T_1^{31} T_2^{31} - \\
 & 59 T_1^{32} T_2^{31} - 112 T_1^{33} T_2^{31} + 41 T_1^{34} T_2^{31} + 98 T_1^{35} T_2^{31} - 74 T_1^{36} T_2^{31} - 2 T_1^{37} T_2^{31} - 7 T_1^{38} T_2^{31} + 12 T_1^{39} T_2^{31} -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 2 T_1^{40} T_2^{31} - 2 T_1^{12} T_2^{32} - 6 T_1^{13} T_2^{32} + 9 T_1^{14} T_2^{32} + 4 T_1^{15} T_2^{32} + 17 T_1^{16} T_2^{32} - 59 T_1^{17} T_2^{32} + 79 T_1^{18} T_2^{32} - \\
 & 10 T_1^{19} T_2^{32} - 39 T_1^{20} T_2^{32} - 35 T_1^{21} T_2^{32} + 60 T_1^{22} T_2^{32} + 19 T_1^{23} T_2^{32} - 104 T_1^{24} T_2^{32} + 5 T_1^{25} T_2^{32} - 29 T_1^{26} T_2^{32} + \\
 & 101 T_1^{27} T_2^{32} - 224 T_1^{28} T_2^{32} + 75 T_1^{29} T_2^{32} + 68 T_1^{30} T_2^{32} - 59 T_1^{31} T_2^{32} - 31 T_1^{32} T_2^{32} - 10 T_1^{33} T_2^{32} + 87 T_1^{34} T_2^{32} - \\
 & 75 T_1^{35} T_2^{32} + 25 T_1^{36} T_2^{32} + 4 T_1^{37} T_2^{32} + 9 T_1^{38} T_2^{32} - 6 T_1^{39} T_2^{32} - 2 T_1^{40} T_2^{32} + 4 T_1^{13} T_2^{33} - 3 T_1^{14} T_2^{33} - \\
 & 4 T_1^{15} T_2^{33} - 3 T_1^{16} T_2^{33} + 10 T_1^{17} T_2^{33} - 19 T_1^{18} T_2^{33} - 42 T_1^{19} T_2^{33} + 100 T_1^{20} T_2^{33} - 12 T_1^{21} T_2^{33} - 108 T_1^{22} T_2^{33} + \\
 & 92 T_1^{23} T_2^{33} + 133 T_1^{24} T_2^{33} - 257 T_1^{25} T_2^{33} + 167 T_1^{26} T_2^{33} + 207 T_1^{27} T_2^{33} - 267 T_1^{28} T_2^{33} + 119 T_1^{29} T_2^{33} + \\
 & 106 T_1^{30} T_2^{33} - 112 T_1^{31} T_2^{33} - 10 T_1^{32} T_2^{33} + 94 T_1^{33} T_2^{33} - 36 T_1^{34} T_2^{33} - 21 T_1^{35} T_2^{33} + 10 T_1^{36} T_2^{33} - 3 T_1^{37} T_2^{33} - \\
 & 4 T_1^{38} T_2^{33} - 3 T_1^{39} T_2^{33} + 4 T_1^{40} T_2^{33} - 3 T_1^{14} T_2^{34} + 6 T_1^{15} T_2^{34} - T_1^{16} T_2^{34} + 2 T_1^{17} T_2^{34} - 5 T_1^{18} T_2^{34} + 50 T_1^{19} T_2^{34} - \\
 & 60 T_1^{20} T_2^{34} - 40 T_1^{21} T_2^{34} + 85 T_1^{22} T_2^{34} + 51 T_1^{23} T_2^{34} - 253 T_1^{24} T_2^{34} + 142 T_1^{25} T_2^{34} + 226 T_1^{26} T_2^{34} - \\
 & 504 T_1^{27} T_2^{34} + 196 T_1^{28} T_2^{34} + 166 T_1^{29} T_2^{34} - 253 T_1^{30} T_2^{34} + 41 T_1^{31} T_2^{34} + 87 T_1^{32} T_2^{34} - 36 T_1^{33} T_2^{34} - \\
 & 60 T_1^{34} T_2^{34} + 46 T_1^{35} T_2^{34} - 3 T_1^{36} T_2^{34} + 2 T_1^{37} T_2^{34} - T_1^{38} T_2^{34} + 6 T_1^{39} T_2^{34} - 3 T_1^{40} T_2^{34} + T_1^{15} T_2^{35} - 3 T_1^{16} T_2^{35} + \\
 & 3 T_1^{18} T_2^{35} - 13 T_1^{19} T_2^{35} - 8 T_1^{20} T_2^{35} + 52 T_1^{21} T_2^{35} - 23 T_1^{22} T_2^{35} - 71 T_1^{23} T_2^{35} + 84 T_1^{24} T_2^{35} + 104 T_1^{25} T_2^{35} - \\
 & 259 T_1^{26} T_2^{35} + 149 T_1^{27} T_2^{35} + 189 T_1^{28} T_2^{35} - 269 T_1^{29} T_2^{35} + 90 T_1^{30} T_2^{35} + 98 T_1^{31} T_2^{35} - 75 T_1^{32} T_2^{35} - \\
 & 21 T_1^{33} T_2^{35} + 46 T_1^{34} T_2^{35} - 2 T_1^{35} T_2^{35} - 15 T_1^{36} T_2^{35} + 3 T_1^{37} T_2^{35} - 3 T_1^{39} T_2^{35} + T_1^{40} T_2^{35} + 3 T_1^{18} T_2^{36} - \\
 & 10 T_1^{19} T_2^{36} + 19 T_1^{20} T_2^{36} - 15 T_1^{21} T_2^{36} - 3 T_1^{22} T_2^{36} + 10 T_1^{23} T_2^{36} + 25 T_1^{24} T_2^{36} - 74 T_1^{25} T_2^{36} + 31 T_1^{26} T_2^{36} + \\
 & 94 T_1^{27} T_2^{36} - 173 T_1^{28} T_2^{36} + 94 T_1^{29} T_2^{36} + 31 T_1^{30} T_2^{36} - 74 T_1^{31} T_2^{36} + 25 T_1^{32} T_2^{36} + 10 T_1^{33} T_2^{36} - 3 T_1^{34} T_2^{36} - \\
 & 15 T_1^{35} T_2^{36} + 19 T_1^{36} T_2^{36} - 10 T_1^{37} T_2^{36} + 3 T_1^{38} T_2^{36} - T_1^{39} T_2^{36} + 6 T_1^{40} T_2^{36} - 10 T_1^{21} T_2^{37} + 3 T_1^{22} T_2^{37} + \\
 & 2 T_1^{23} T_2^{37} - 3 T_1^{24} T_2^{37} + 4 T_1^{25} T_2^{37} - 2 T_1^{26} T_2^{37} + 2 T_1^{27} T_2^{37} - T_1^{28} T_2^{37} - T_1^{29} T_2^{37} + 2 T_1^{30} T_2^{37} - 2 T_1^{31} T_2^{37} + \\
 & 4 T_1^{32} T_2^{37} - 3 T_1^{33} T_2^{37} + 2 T_1^{34} T_2^{37} + 3 T_1^{35} T_2^{37} - 10 T_1^{36} T_2^{37} + 6 T_1^{37} T_2^{37} - T_1^{38} T_2^{37} - T_1^{21} T_2^{38} + 3 T_1^{22} T_2^{38} - \\
 & T_1^{24} T_2^{38} - 4 T_1^{25} T_2^{38} + 9 T_1^{26} T_2^{38} - 7 T_1^{27} T_2^{38} - 3 T_1^{28} T_2^{38} + 8 T_1^{29} T_2^{38} - 3 T_1^{30} T_2^{38} - 7 T_1^{31} T_2^{38} + 9 T_1^{32} T_2^{38} - \\
 & 4 T_1^{33} T_2^{38} - T_1^{34} T_2^{38} + 3 T_1^{36} T_2^{38} - T_1^{37} T_2^{38} - 3 T_1^{24} T_2^{39} + 6 T_1^{25} T_2^{39} - 3 T_1^{26} T_2^{39} - 6 T_1^{27} T_2^{39} + 12 T_1^{28} T_2^{39} - \\
 & 6 T_1^{29} T_2^{39} - 6 T_1^{30} T_2^{39} + 12 T_1^{31} T_2^{39} - 6 T_1^{32} T_2^{39} - 3 T_1^{33} T_2^{39} + 6 T_1^{34} T_2^{39} - 3 T_1^{35} T_2^{39} + T_1^{34} T_2^{40} - 3 T_1^{26} T_2^{40} + \\
 & 4 T_1^{27} T_2^{40} - 2 T_1^{28} T_2^{40} - 2 T_1^{29} T_2^{40} + 4 T_1^{30} T_2^{40} - 2 T_1^{31} T_2^{40} - 2 T_1^{32} T_2^{40} + 4 T_1^{33} T_2^{40} - 3 T_1^{34} T_2^{40} + T_1^{35} T_2^{40} \}
 \end{aligned}$$

In[*]:= AbsoluteTiming[θ_{T_1, T_2} [GST48];]

Out[*]=
{47.8885, Null}

In[*]:= AbsoluteTiming[$\theta_{22/7, 34/21}$ [GST48]]

Out[*]=
{0.414346, {

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1422\ 357\ 287\ 561\ 349\ 859\ 889}{10\ 190\ 414\ 377\ 180\ 576}, -\frac{486\ 885\ 265\ 100\ 293\ 177\ 259\ 569}{15\ 915\ 006\ 754\ 796\ 041\ 036\ 704}, \\
 & \frac{6\ 215\ 902\ 990\ 719\ 340\ 337\ 664\ 427\ 997\ 383\ 765\ 280\ 900\ 656\ 009}{162\ 180\ 513\ 646\ 999\ 558\ 542\ 864\ 476\ 199\ 651\ 861\ 504}, \\
 & 27\ 865\ 447\ 243\ 020\ 145\ 692\ 710\ 782\ 578\ 866\ 822\ 243\ 946\ 130\ 255\ 307\ 494\ 889\ 384\ 165\ 533\ 451\ 655\ 811\ 667, \\
 & 624\ 690\ 321\ 276\ 677\ 875\ 188\ 699\ 659 / \\
 & 14\ 859\ 552\ 982\ 340\ 980\ 842\ 664\ 641\ 721\ 957\ 485\ 175\ 777\ 711\ 994\ 175\ 132\ 487\ 335\ 203\ 798\ 845\ 978\ 446, \\
 & 417\ 306\ 385\ 907\ 712 \} \}
 \end{aligned}$$

In[*]:= DuplicateFreeQ[θ /@AllKnots[{3, 10}]]

Out[*]=
True

In[*]:= DuplicateFreeQ[θ /@ AllKnots[{3, 12}]]

... KnotTheory: Loading precomputed data in KnotTheory/12A.dts.

... KnotTheory: Loading precomputed data in KnotTheory/12N.dts.

Out[*]=

False

In[*]:= tab11 = Table[K -> θ @K, {K, AllKnots[{3, 11}]}]

Out[*]=

$$\left\{ \text{Knot}[3, 1] \rightarrow \left\{ \frac{1-T+T^2}{T}, -\frac{-1+T_1-T_1^2+T_2-T_1^2 T_2+2 T_1^3 T_2-T_2^2-T_1 T_2^2+T_1^2 T_2^2-2 T_1^3 T_2^2+2 T_1 T_2^3-2 T_1^2 T_2^3+2 T_1^3 T_2^3}{T_1^2 T_2} \right\}, \right.$$

$$\text{Knot}[4, 1] \rightarrow \left\{ -\frac{1-3 T+T^2}{T}, \frac{(1-3 T_1+T_1^2)(-1+T_1 T_2)(1+T_1 T_2)(1-3 T_2+T_2^2)}{T_1^3 T_2^2} \right\}, \text{Knot}[5, 1] \rightarrow \left\{ \frac{1-T+T^2-T^3+T^4}{T^2}, -\frac{-1+\dots 67\dots+4 T_1^7 T_2^2}{T_1^4 T_2^3} \right\},$$

$$\dots 795\dots, \text{Knot}[11, \text{NonAlternating}, 183] \rightarrow \left\{ \frac{\dots 1\dots}{T^3}, \dots 1\dots \right\},$$

$$\text{Knot}[11, \text{NonAlternating}, 184] \rightarrow \left\{ \frac{(1-T+T^2)(2-7 T+11 T^2-7 T^3+2 T^4)}{T^3}, -\frac{-33+\dots 183\dots+15 T_1^{12} T_2^2}{T_1^6 T_2^5} \right\},$$

$$\text{Knot}[11, \text{NonAlternating}, 185] \rightarrow \left\{ -\frac{(1-3 T+T^2)(1-T+T^2)(2-3 T+2 T^2)}{T^3}, \right.$$

$$\left. \frac{-41+225 T_1-490 T_1^2+633 T_1^3-490 T_1^4+225 T_1^5-41 T_1^6+225 T_2-1054 T_1 T_2+\dots 156\dots+222 T_1^{11} T_2^3-39 T_1^{12} T_2^3+7 T_1^6 T_2^{12}-39 T_1^7 T_2^{12}+86 T_1^8 T_2^{12}-111 T_1^9 T_2^{12}+86 T_1^{10} T_2^{12}-39 T_1^{11} T_2^{12}+7 T_1^{12} T_2^{12}}{T_1^7 T_2^6} \right\}$$

Full expression not available (original memory size: 35.9 MB)

In[*]:= Gather[tab11, Last[#1] == Last[#2] &]

Out[*]=

$$\left\{ \left\{ \text{Knot}[3, 1] \rightarrow \left\{ \frac{1-T+T^2}{T}, -\frac{-1+T_1-T_1^2+T_2-T_1^2 T_2+2 T_1^3 T_2-T_2^2-T_1 T_2^2+T_1^2 T_2^2-2 T_1^3 T_2^2+2 T_1 T_2^3-2 T_1^2 T_2^3+2 T_1^3 T_2^3}{T_1^2 T_2} \right\} \right\}, \right.$$

$$\left\{ \text{Knot}[4, 1] \rightarrow \left\{ -\frac{1-3 T+T^2}{T}, \frac{(1-3 T_1+T_1^2)(-1+T_1 T_2)(1+T_1 T_2)(1-3 T_2+T_2^2)}{T_1^3 T_2^2} \right\} \right\},$$

$$\left\{ \text{Knot}[5, 1] \rightarrow \left\{ \frac{1-T+T^2-T^3+T^4}{T^2}, -\frac{-1+\dots 67\dots+\dots 1\dots}{T_1^4 T_2^3} \right\} \right\}, \dots 792\dots, \left\{ \text{Knot}[11, \text{NonAlternating}, 183] \rightarrow \left\{ \dots 1\dots \right\} \right\},$$

$$\left\{ \text{Knot}[11, \text{NonAlternating}, 184] \rightarrow \left\{ \frac{(1-T+T^2)(2-7 T+11 T^2-7 T^3+2 T^4)}{T^3}, -\frac{-33+\dots 183\dots+15 T_1^{12} T_2^2}{T_1^6 T_2^5} \right\} \right\},$$

$$\left\{ \text{Knot}[11, \text{NonAlternating}, 185] \rightarrow \left\{ -\frac{(1-3 T+T^2)(1-T+T^2)(2-3 T+2 T^2)}{T^3}, \right.$$

$$\left. \frac{-41+225 T_1-490 T_1^2+633 T_1^3-490 T_1^4+225 T_1^5-41 T_1^6+225 T_2-1054 T_1 T_2+\dots 156\dots+222 T_1^{11} T_2^3-39 T_1^{12} T_2^3+7 T_1^6 T_2^{12}-39 T_1^7 T_2^{12}+86 T_1^8 T_2^{12}-111 T_1^9 T_2^{12}+86 T_1^{10} T_2^{12}-39 T_1^{11} T_2^{12}+7 T_1^{12} T_2^{12}}{T_1^7 T_2^6} \right\} \right\}$$

Full expression not available (original memory size: 36 MB)

In[*]:= Select[Gather[tab11, Last[#1] == Last[#2] &], Length[#] > 1 &]

Out[*]=

$$\left\{ \left\{ \text{Knot}[11, \text{Alternating}, 44] \rightarrow \right.$$

$$\left\{ \frac{(1-T+T^2)^2(1-3 T+5 T^2-3 T^3+T^4)}{T^4}, -\frac{1}{T_1^9 T_2^8} (1-T_1+T_1^2)(1-T_2+T_2^2)(1-T_1 T_2+T_1^2 T_2^2) \right.$$

$$\left. \left(-4+16 T_1-36 T_1^2+44 T_1^3-36 T_1^4+16 T_1^5-4 T_1^6+16 T_2-53 T_1 T_2+100 T_1^2 T_2-77 T_1^3 T_2+ \right.$$

$$23 T_1^4 T_2+35 T_1^5 T_2-28 T_1^6 T_2+11 T_1^7 T_2-36 T_2^2+100 T_1 T_2^2-161 T_1^2 T_2^2+54 T_1^3 T_2^2+ \right.$$

$$39 T_1^4 T_2^2-107 T_1^5 T_2^2+23 T_1^6 T_2^2+8 T_1^7 T_2^2-13 T_1^8 T_2^2+44 T_2^3-77 T_1 T_2^3+54 T_1^2 T_2^3+189 T_1^3 T_2^3- \right.$$

$$215 T_1^4 T_2^3+153 T_1^5 T_2^3+106 T_1^6 T_2^3-107 T_1^7 T_2^3+52 T_1^8 T_2^3-36 T_2^4+23 T_1 T_2^4+39 T_1^2 T_2^4- \right.$$

$$\left. \left. 215 T_1^3 T_2^4-23 T_1^4 T_2^4+238 T_1^5 T_2^4-478 T_1^6 T_2^4+214 T_1^7 T_2^4-4 T_1^8 T_2^4-52 T_1^9 T_2^4+13 T_1^{10} T_2^4+ \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
 & 16 T_2^5 + 35 T_1 T_2^5 - 107 T_1^2 T_2^5 + 153 T_1^3 T_2^5 + 238 T_1^4 T_2^5 - 485 T_1^5 T_2^5 + 547 T_1^6 T_2^5 - 52 T_1^7 T_2^5 - \\
 & 194 T_1^8 T_2^5 + 111 T_1^9 T_2^5 - 8 T_1^{10} T_2^5 - 11 T_1^{11} T_2^5 - 4 T_2^6 - 28 T_1 T_2^6 + 23 T_1^2 T_2^6 + 106 T_1^3 T_2^6 - 478 T_1^4 T_2^6 + \\
 & 547 T_1^5 T_2^6 - 192 T_1^6 T_2^6 - 419 T_1^7 T_2^6 + 498 T_1^8 T_2^6 - 126 T_1^9 T_2^6 - 23 T_1^{10} T_2^6 + 28 T_1^{11} T_2^6 + 4 T_1^{12} T_2^6 + \\
 & 11 T_1 T_2^7 + 8 T_1^2 T_2^7 - 107 T_1^3 T_2^7 + 214 T_1^4 T_2^7 - 52 T_1^5 T_2^7 - 419 T_1^6 T_2^7 + 613 T_1^7 T_2^7 - 342 T_1^8 T_2^7 - \\
 & 133 T_1^9 T_2^7 + 111 T_1^{10} T_2^7 - 35 T_1^{11} T_2^7 - 16 T_1^{12} T_2^7 - 13 T_1^2 T_2^8 + 52 T_1^3 T_2^8 - 4 T_1^4 T_2^8 - 194 T_1^5 T_2^8 + \\
 & 498 T_1^6 T_2^8 - 342 T_1^7 T_2^8 + 43 T_1^8 T_2^8 + 235 T_1^9 T_2^8 - 47 T_1^{10} T_2^8 - 23 T_1^{11} T_2^8 + 36 T_1^{12} T_2^8 - 52 T_1^4 T_2^9 + \\
 & 111 T_1^5 T_2^9 - 126 T_1^6 T_2^9 - 133 T_1^7 T_2^9 + 235 T_1^8 T_2^9 - 209 T_1^9 T_2^9 - 50 T_1^{10} T_2^9 + 77 T_1^{11} T_2^9 - 44 T_1^{12} T_2^9 + \\
 & 13 T_1^4 T_2^{10} - 8 T_1^5 T_2^{10} - 23 T_1^6 T_2^{10} + 111 T_1^7 T_2^{10} - 47 T_1^8 T_2^{10} - 50 T_1^9 T_2^{10} + 161 T_1^{10} T_2^{10} - 100 T_1^{11} T_2^{10} + \\
 & 36 T_1^{12} T_2^{10} - 11 T_1^5 T_2^{11} + 28 T_1^6 T_2^{11} - 35 T_1^7 T_2^{11} - 23 T_1^8 T_2^{11} + 77 T_1^9 T_2^{11} - 100 T_1^{10} T_2^{11} + 53 T_1^{11} T_2^{11} - \\
 & 16 T_1^{12} T_2^{11} + 4 T_1^6 T_2^{12} - 16 T_1^7 T_2^{12} + 36 T_1^8 T_2^{12} - 44 T_1^9 T_2^{12} + 36 T_1^{10} T_2^{12} - 16 T_1^{11} T_2^{12} + 4 T_1^{12} T_2^{12} \Big\},
 \end{aligned}$$

$$\text{Knot}[11, \text{Alternating}, 47] \rightarrow \left\{ \frac{(1 - T + T^2)^2 (1 - 3T + 5T^2 - 3T^3 + T^4)}{T^4}, \right.$$

$$\left. - \frac{1}{T_1^9 T_2^8} (1 - T_1 + T_1^2) (1 - T_2 + T_2^2) (1 - T_1 T_2 + T_1^2 T_2^2) \right.$$

$$\begin{aligned}
 & (-4 + 16 T_1 - 36 T_1^2 + 44 T_1^3 - 36 T_1^4 + 16 T_1^5 - 4 T_1^6 + 16 T_2 - 53 T_1 T_2 + 100 T_1^2 T_2 - 77 T_1^3 T_2 + \\
 & 23 T_1^4 T_2 + 35 T_1^5 T_2 - 28 T_1^6 T_2 + 11 T_1^7 T_2 - 36 T_2^2 + 100 T_1 T_2^2 - 161 T_1^2 T_2^2 + 54 T_1^3 T_2^2 + \\
 & 39 T_1^4 T_2^2 - 107 T_1^5 T_2^2 + 23 T_1^6 T_2^2 + 8 T_1^7 T_2^2 - 13 T_1^8 T_2^2 + 44 T_2^3 - 77 T_1 T_2^3 + 54 T_1^2 T_2^3 + 189 T_1^3 T_2^3 - \\
 & 215 T_1^4 T_2^3 + 153 T_1^5 T_2^3 + 106 T_1^6 T_2^3 - 107 T_1^7 T_2^3 + 52 T_1^8 T_2^3 - 36 T_2^4 + 23 T_1 T_2^4 + 39 T_1^2 T_2^4 - \\
 & 215 T_1^3 T_2^4 - 23 T_1^4 T_2^4 + 238 T_1^5 T_2^4 - 478 T_1^6 T_2^4 + 214 T_1^7 T_2^4 - 4 T_1^8 T_2^4 - 52 T_1^9 T_2^4 + 13 T_1^{10} T_2^4 + \\
 & 16 T_2^5 + 35 T_1 T_2^5 - 107 T_1^2 T_2^5 + 153 T_1^3 T_2^5 + 238 T_1^4 T_2^5 - 485 T_1^5 T_2^5 + 547 T_1^6 T_2^5 - 52 T_1^7 T_2^5 - \\
 & 194 T_1^8 T_2^5 + 111 T_1^9 T_2^5 - 8 T_1^{10} T_2^5 - 11 T_1^{11} T_2^5 - 4 T_2^6 - 28 T_1 T_2^6 + 23 T_1^2 T_2^6 + 106 T_1^3 T_2^6 - 478 T_1^4 T_2^6 + \\
 & 547 T_1^5 T_2^6 - 192 T_1^6 T_2^6 - 419 T_1^7 T_2^6 + 498 T_1^8 T_2^6 - 126 T_1^9 T_2^6 - 23 T_1^{10} T_2^6 + 28 T_1^{11} T_2^6 + 4 T_1^{12} T_2^6 + \\
 & 11 T_1 T_2^7 + 8 T_1^2 T_2^7 - 107 T_1^3 T_2^7 + 214 T_1^4 T_2^7 - 52 T_1^5 T_2^7 - 419 T_1^6 T_2^7 + 613 T_1^7 T_2^7 - 342 T_1^8 T_2^7 - \\
 & 133 T_1^9 T_2^7 + 111 T_1^{10} T_2^7 - 35 T_1^{11} T_2^7 - 16 T_1^{12} T_2^7 - 13 T_1^2 T_2^8 + 52 T_1^3 T_2^8 - 4 T_1^4 T_2^8 - 194 T_1^5 T_2^8 + \\
 & 498 T_1^6 T_2^8 - 342 T_1^7 T_2^8 + 43 T_1^8 T_2^8 + 235 T_1^9 T_2^8 - 47 T_1^{10} T_2^8 - 23 T_1^{11} T_2^8 + 36 T_1^{12} T_2^8 - 52 T_1^4 T_2^9 + \\
 & 111 T_1^5 T_2^9 - 126 T_1^6 T_2^9 - 133 T_1^7 T_2^9 + 235 T_1^8 T_2^9 - 209 T_1^9 T_2^9 - 50 T_1^{10} T_2^9 + 77 T_1^{11} T_2^9 - 44 T_1^{12} T_2^9 + \\
 & 13 T_1^4 T_2^{10} - 8 T_1^5 T_2^{10} - 23 T_1^6 T_2^{10} + 111 T_1^7 T_2^{10} - 47 T_1^8 T_2^{10} - 50 T_1^9 T_2^{10} + 161 T_1^{10} T_2^{10} - 100 T_1^{11} T_2^{10} + \\
 & 36 T_1^{12} T_2^{10} - 11 T_1^5 T_2^{11} + 28 T_1^6 T_2^{11} - 35 T_1^7 T_2^{11} - 23 T_1^8 T_2^{11} + 77 T_1^9 T_2^{11} - 100 T_1^{10} T_2^{11} + 53 T_1^{11} T_2^{11} - \\
 & 16 T_1^{12} T_2^{11} + 4 T_1^6 T_2^{12} - 16 T_1^7 T_2^{12} + 36 T_1^8 T_2^{12} - 44 T_1^9 T_2^{12} + 36 T_1^{10} T_2^{12} - 16 T_1^{11} T_2^{12} + 4 T_1^{12} T_2^{12} \Big\} \Big\},
 \end{aligned}$$

$$\left\{ \text{Knot}[11, \text{Alternating}, 57] \rightarrow \left\{ - \frac{(1 - T + T^2)^2 (1 - 3T + 3T^2 - 3T^3 + T^4)}{T^4}, \right. \right.$$

$$\left. \frac{1}{T_1^9 T_2^8} \right.$$

$$\left. (1 - T_1 + T_1^2) (1 - T_2 + T_2^2) (1 - T_1 T_2 + T_1^2 T_2^2) \right.$$

$$\begin{aligned}
 & (-3 + 12 T_1 - 21 T_1^2 + 27 T_1^3 - 21 T_1^4 + 12 T_1^5 - 3 T_1^6 + 12 T_2 - 41 T_1 T_2 + 56 T_1^2 T_2 - 59 T_1^3 T_2 + 21 T_1^4 T_2 + \\
 & T_1^5 T_2 - 16 T_1^6 T_2 + 7 T_1^7 T_2 - 21 T_2^2 + 56 T_1 T_2^2 - 37 T_1^2 T_2^2 + 5 T_1^3 T_2^2 + 85 T_1^4 T_2^2 - 90 T_1^5 T_2^2 + 77 T_1^6 T_2^2 - \\
 & 20 T_1^7 T_2^2 - 2 T_1^8 T_2^2 + 27 T_2^3 - 59 T_1 T_2^3 + 5 T_1^2 T_2^3 + 39 T_1^3 T_2^3 - 152 T_1^4 T_2^3 + 108 T_1^5 T_2^3 - 52 T_1^6 T_2^3 - \\
 & 42 T_1^7 T_2^3 + 44 T_1^8 T_2^3 - 9 T_1^9 T_2^3 - 21 T_2^4 + 21 T_1 T_2^4 + 85 T_1^2 T_2^4 - 152 T_1^3 T_2^4 + 257 T_1^4 T_2^4 - 118 T_1^5 T_2^4 - \\
 & 16 T_1^6 T_2^4 + 109 T_1^7 T_2^4 - 52 T_1^8 T_2^4 - 28 T_1^9 T_2^4 + 16 T_1^{10} T_2^4 + 12 T_2^5 + T_1 T_2^5 - 90 T_1^2 T_2^5 + 108 T_1^3 T_2^5 - \\
 & 118 T_1^4 T_2^5 - 55 T_1^5 T_2^5 + 133 T_1^6 T_2^5 - 68 T_1^7 T_2^5 - 35 T_1^8 T_2^5 + 92 T_1^9 T_2^5 - 4 T_1^{10} T_2^5 - 15 T_1^{11} T_2^5 - 3 T_2^6 - \\
 & 16 T_1 T_2^6 + 77 T_1^2 T_2^6 - 52 T_1^3 T_2^6 - 16 T_1^4 T_2^6 + 133 T_1^5 T_2^6 - 156 T_1^6 T_2^6 - T_1^7 T_2^6 + 4 T_1^8 T_2^6 - 12 T_1^9 T_2^6 - \\
 & 93 T_1^{10} T_2^6 + 40 T_1^{11} T_2^6 + 5 T_1^{12} T_2^6 + 7 T_1 T_2^7 - 20 T_1^2 T_2^7 - 42 T_1^3 T_2^7 + 109 T_1^4 T_2^7 - 68 T_1^5 T_2^7 - T_1^6 T_2^7 + \\
 & 187 T_1^7 T_2^7 - 18 T_1^8 T_2^7 - 34 T_1^9 T_2^7 + 140 T_1^{10} T_2^7 - 25 T_1^{11} T_2^7 - 20 T_1^{12} T_2^7 - 2 T_1^2 T_2^8 + 44 T_1^3 T_2^8 - 52 T_1^4 T_2^8 -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 35 T_1^5 T_2^8 + 4 T_1^6 T_2^8 - 18 T_1^7 T_2^8 - 269 T_1^8 T_2^8 + 226 T_1^9 T_2^8 - 189 T_1^{10} T_2^8 - 5 T_1^{11} T_2^8 + 35 T_1^{12} T_2^8 - 9 T_1^3 T_2^9 - \\
 & 28 T_1^4 T_2^9 + 92 T_1^5 T_2^9 - 12 T_1^6 T_2^9 - 34 T_1^7 T_2^9 + 226 T_1^8 T_2^9 - 103 T_1^9 T_2^9 + 45 T_1^{10} T_2^9 + 75 T_1^{11} T_2^9 - 45 T_1^{12} T_2^9 + \\
 & 16 T_1^4 T_2^{10} - 4 T_1^5 T_2^{10} - 93 T_1^6 T_2^{10} + 140 T_1^7 T_2^{10} - 189 T_1^8 T_2^{10} + 45 T_1^9 T_2^{10} + 21 T_1^{10} T_2^{10} - 80 T_1^{11} T_2^{10} + \\
 & 35 T_1^{12} T_2^{10} - 15 T_1^5 T_2^{11} + 40 T_1^6 T_2^{11} - 25 T_1^7 T_2^{11} - 5 T_1^8 T_2^{11} + 75 T_1^9 T_2^{11} - 80 T_1^{10} T_2^{11} + 65 T_1^{11} T_2^{11} - \\
 & 20 T_1^{12} T_2^{11} + 5 T_1^6 T_2^{12} - 20 T_1^7 T_2^{12} + 35 T_1^8 T_2^{12} - 45 T_1^9 T_2^{12} + 35 T_1^{10} T_2^{12} - 20 T_1^{11} T_2^{12} + 5 T_1^{12} T_2^{12} \Big\},
 \end{aligned}$$

$$\text{Knot}[11, \text{Alternating}, 231] \rightarrow \left\{ -\frac{(1 - T + T^2)^2 (1 - 3T + 3T^2 - 3T^3 + T^4)}{T^4}, \right.$$

$$\left. -\frac{1}{T_1^9 T_2^8} (1 - T_1 + T_1^2) (1 - T_2 + T_2^2) (1 - T_1 T_2 + T_1^2 T_2^2) \right.$$

$$\begin{aligned}
 & (-3 + 12 T_1 - 21 T_1^2 + 27 T_1^3 - 21 T_1^4 + 12 T_1^5 - 3 T_1^6 + 12 T_2 - 41 T_1 T_2 + 56 T_1^2 T_2 - 59 T_1^3 T_2 + 21 T_1^4 T_2 + \\
 & T_1^5 T_2 - 16 T_1^6 T_2 + 7 T_1^7 T_2 - 21 T_2^2 + 56 T_1 T_2^2 - 37 T_1^2 T_2^2 + 5 T_1^3 T_2^2 + 85 T_1^4 T_2^2 - 90 T_1^5 T_2^2 + 77 T_1^6 T_2^2 - \\
 & 20 T_1^7 T_2^2 - 2 T_1^8 T_2^2 + 27 T_2^3 - 59 T_1 T_2^3 + 5 T_1^2 T_2^3 + 39 T_1^3 T_2^3 - 152 T_1^4 T_2^3 + 108 T_1^5 T_2^3 - 52 T_1^6 T_2^3 - \\
 & 42 T_1^7 T_2^3 + 44 T_1^8 T_2^3 - 9 T_1^9 T_2^3 - 21 T_2^4 + 21 T_1 T_2^4 + 85 T_1^2 T_2^4 - 152 T_1^3 T_2^4 + 257 T_1^4 T_2^4 - 118 T_1^5 T_2^4 - \\
 & 16 T_1^6 T_2^4 + 109 T_1^7 T_2^4 - 52 T_1^8 T_2^4 - 28 T_1^9 T_2^4 + 16 T_1^{10} T_2^4 + 12 T_2^5 + T_1 T_2^5 - 90 T_1^2 T_2^5 + 108 T_1^3 T_2^5 - \\
 & 118 T_1^4 T_2^5 - 55 T_1^5 T_2^5 + 133 T_1^6 T_2^5 - 68 T_1^7 T_2^5 - 35 T_1^8 T_2^5 + 92 T_1^9 T_2^5 - 4 T_1^{10} T_2^5 - 15 T_1^{11} T_2^5 - 3 T_2^6 - \\
 & 16 T_1 T_2^6 + 77 T_1^2 T_2^6 - 52 T_1^3 T_2^6 - 16 T_1^4 T_2^6 + 133 T_1^5 T_2^6 - 156 T_1^6 T_2^6 - T_1^7 T_2^6 + 4 T_1^8 T_2^6 - 12 T_1^9 T_2^6 - \\
 & 93 T_1^{10} T_2^6 + 40 T_1^{11} T_2^6 + 5 T_1^{12} T_2^6 + 7 T_2^7 - 20 T_1 T_2^7 - 42 T_1^2 T_2^7 + 109 T_1^3 T_2^7 - 68 T_1^4 T_2^7 - T_1^5 T_2^7 + \\
 & 187 T_1^6 T_2^7 - 18 T_1^7 T_2^7 - 34 T_1^8 T_2^7 + 140 T_1^9 T_2^7 - 25 T_1^{10} T_2^7 - 20 T_1^{11} T_2^7 - 2 T_1^{12} T_2^7 - 2 T_2^8 + 44 T_1 T_2^8 - 52 T_1^2 T_2^8 - \\
 & 35 T_1^3 T_2^8 + 4 T_1^4 T_2^8 - 18 T_1^5 T_2^8 - 269 T_1^6 T_2^8 + 226 T_1^7 T_2^8 - 189 T_1^8 T_2^8 - 5 T_1^9 T_2^8 + 35 T_1^{10} T_2^8 - 9 T_1^{11} T_2^8 - \\
 & 28 T_1^{12} T_2^8 + 92 T_1^3 T_2^9 - 12 T_1^4 T_2^9 - 34 T_1^5 T_2^9 + 226 T_1^6 T_2^9 - 103 T_1^7 T_2^9 + 45 T_1^8 T_2^9 + 75 T_1^9 T_2^9 - 45 T_1^{10} T_2^9 + \\
 & 16 T_1^{11} T_2^9 - 4 T_1^{12} T_2^9 - 93 T_1^3 T_2^{10} + 140 T_1^4 T_2^{10} - 189 T_1^5 T_2^{10} + 45 T_1^6 T_2^{10} + 21 T_1^7 T_2^{10} - 80 T_1^8 T_2^{10} + \\
 & 35 T_1^9 T_2^{10} - 15 T_1^{10} T_2^{10} + 40 T_1^{11} T_2^{10} - 25 T_1^{12} T_2^{10} - 5 T_2^{11} + 75 T_1 T_2^{11} - 80 T_1^2 T_2^{11} + 65 T_1^3 T_2^{11} - \\
 & 20 T_1^4 T_2^{11} + 5 T_1^5 T_2^{11} - 20 T_1^6 T_2^{11} + 35 T_1^7 T_2^{11} - 45 T_1^8 T_2^{11} + 35 T_1^9 T_2^{11} - 20 T_1^{10} T_2^{11} + 5 T_1^{11} T_2^{11} \Big\},
 \end{aligned}$$

$$\left\{ \text{Knot}[11, \text{NonAlternating}, 73] \rightarrow \left\{ \frac{(1 - T + T^2)^2}{T^2}, \right. \right.$$

$$\left. -\frac{1}{T_1^5 T_2^4} 2 (1 - T_1 + T_1^2) (1 - T_2 + T_2^2) (1 - T_1 T_2 + T_1^2 T_2^2) \right.$$

$$\left. (-1 + T_1 - T_1^2 + T_2 + 2 T_1^2 T_2 - T_2^2 + 2 T_1 T_2^2 - 6 T_1^2 T_2^2 + T_1^4 T_2^2 + 2 T_1^3 T_2^3 - T_1^4 T_2^3 + T_1^2 T_2^4 - T_1^3 T_2^4 + T_1^4 T_2^4) \right\},$$

$$\text{Knot}[11, \text{NonAlternating}, 74] \rightarrow \left\{ \frac{(1 - T + T^2)^2}{T^2}, \right.$$

$$\left. -\frac{1}{T_1^5 T_2^4} 2 (1 - T_1 + T_1^2) (1 - T_2 + T_2^2) (1 - T_1 T_2 + T_1^2 T_2^2) \right.$$

$$\left. (-1 + T_1 - T_1^2 + T_2 + 2 T_1^2 T_2 - T_2^2 + 2 T_1 T_2^2 - 6 T_1^2 T_2^2 + T_1^4 T_2^2 + 2 T_1^3 T_2^3 - T_1^4 T_2^3 + T_1^2 T_2^4 - T_1^3 T_2^4 + T_1^4 T_2^4) \right\} \Big\}$$

In[*]:= `tab12 = Table[K -> e@K, {K, AllKnots[{3, 12}]}]`

In[*]:= dup12 = Map[First, Select[Gather[tab12, Last[#1] === Last[#2] &], Length[#] > 1 &], {2}]

Out[*]=

```
{ {Knot[10, 106], Knot[12, NonAlternating, 369] },
  {Knot[11, Alternating, 44], Knot[11, Alternating, 47] },
  {Knot[11, Alternating, 57], Knot[11, Alternating, 231] },
  {Knot[11, NonAlternating, 73], Knot[11, NonAlternating, 74] },
  {Knot[12, Alternating, 30], Knot[12, Alternating, 33] },
  {Knot[12, Alternating, 122], Knot[12, Alternating, 182] },
  {Knot[12, Alternating, 164], Knot[12, Alternating, 166] },
  {Knot[12, Alternating, 167], Knot[12, Alternating, 692] },
  {Knot[12, Alternating, 273], Knot[12, Alternating, 890] },
  {Knot[12, Alternating, 341], Knot[12, Alternating, 627] },
  {Knot[12, Alternating, 427], Knot[12, Alternating, 435], Knot[12, Alternating, 990] },
  {Knot[12, Alternating, 458], Knot[12, Alternating, 887] },
  {Knot[12, Alternating, 510], Knot[12, Alternating, 821] },
  {Knot[12, NonAlternating, 56], Knot[12, NonAlternating, 57] },
  {Knot[12, NonAlternating, 60], Knot[12, NonAlternating, 61] },
  {Knot[12, NonAlternating, 62], Knot[12, NonAlternating, 66] },
  {Knot[12, NonAlternating, 144], Knot[12, NonAlternating, 507] },
  {Knot[12, NonAlternating, 313], Knot[12, NonAlternating, 430] } }
```

In[*]:= Length /@ dup12

Out[*]=

```
{2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2}
```

In[*]:= Total[(Length /@ dup12) - 1]

Out[*]=

```
19
```

In[*]:= Length /@ Select[Gather[tab12 /. {T1 -> 22 / 7, T2 -> 13 / 21}, Last[#1] === Last[#2] &], Length[#] > 1 &]

Out[*]=

```
{2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2}
```

In[*]:= Put[tab12 /. {T1 -> T1, T2 -> T2}, "Data12.m"]

In[*]:= Table[K -> θ [K], {K, {Knot[6, 1], Knot[8, 8], Knot[8, 9], Knot[8, 20], Knot[9, 27], Knot[9, 41], Knot[9, 46], Knot[10, 3], Knot[10, 22], Knot[10, 35], Knot[10, 42], Knot[10, 48], Knot[10, 75], Knot[10, 87], Knot[10, 99], Knot[10, 123], Knot[10, 129], Knot[10, 137], Knot[10, 140], Knot[10, 153], Knot[10, 155] }}}

Out[*]=

$$\left\{ \text{Knot}[6, 1] \rightarrow \left\{ -\frac{(-2 + T) (-1 + 2 T)}{T}, \frac{1}{T_1^3 T_2^2} \left(-7 + 17 T_1 - 7 T_1^2 + 17 T_2 - 44 T_1 T_2 + 26 T_1^2 T_2 - 3 T_1^3 T_2 - 7 T_2^2 + 26 T_1 T_2^2 - 24 T_1^2 T_2^2 - 14 T_1^3 T_2^2 + 9 T_1^4 T_2^2 - 3 T_1 T_2^3 - 14 T_1^2 T_2^3 + 56 T_1^3 T_2^3 - 23 T_1^4 T_2^3 + 9 T_1^2 T_2^4 - 23 T_1^3 T_2^4 + 9 T_1^4 T_2^4 \right) \right\} \right\}$$

$$\text{Knot}[8, 8] \rightarrow \left\{ \frac{(2 - 2T + T^2)(1 - 2T + 2T^2)}{T^2}, \right. \\ \left. - \frac{1}{T_1^5 T_2^4} \left(-17 + 51 T_1 - 77 T_1^2 + 51 T_1^3 - 17 T_1^4 + 51 T_2 - 126 T_1 T_2 + 150 T_1^2 T_2 - 30 T_1^3 T_2 - 30 T_1^4 T_2 + \right. \right. \\ \left. \left. 27 T_1^5 T_2 - 77 T_2^2 + 150 T_1 T_2^2 - 117 T_1^2 T_2^2 - 113 T_1^3 T_2^2 + 135 T_1^4 T_2^2 - 66 T_1^5 T_2^2 - 5 T_1^6 T_2^2 + 51 T_2^3 - \right. \right. \\ \left. \left. 30 T_1 T_2^3 - 113 T_1^2 T_2^3 + 336 T_1^3 T_2^3 - 186 T_1^4 T_2^3 - 5 T_1^5 T_2^3 + 78 T_1^6 T_2^3 - 21 T_1^7 T_2^3 - 17 T_2^4 - 30 T_1 T_2^4 + \right. \right. \\ \left. \left. 135 T_1^2 T_2^4 - 186 T_1^3 T_2^4 - 60 T_1^4 T_2^4 + 222 T_1^5 T_2^4 - 153 T_1^6 T_2^4 + 18 T_1^7 T_2^4 + 15 T_1^8 T_2^4 + 27 T_1 T_2^5 - \right. \right. \\ \left. \left. 66 T_1^2 T_2^5 - 5 T_1^3 T_2^5 + 222 T_1^4 T_2^5 - 300 T_1^5 T_2^5 + 103 T_1^6 T_2^5 + 42 T_1^7 T_2^5 - 45 T_1^8 T_2^5 - 5 T_1^9 T_2^5 + 78 T_1^3 T_2^6 - \right. \right. \\ \left. \left. 153 T_1^4 T_2^6 + 103 T_1^5 T_2^6 + 99 T_1^6 T_2^6 - 138 T_1^7 T_2^6 + 67 T_1^8 T_2^6 - 21 T_1^3 T_2^7 + 18 T_1^4 T_2^7 + 42 T_1^5 T_2^7 - \right. \right. \\ \left. \left. 138 T_1^6 T_2^7 + 114 T_1^7 T_2^7 - 45 T_1^8 T_2^7 + 15 T_1^4 T_2^8 - 45 T_1^5 T_2^8 + 67 T_1^6 T_2^8 - 45 T_1^7 T_2^8 + 15 T_1^8 T_2^8 \right) \right\},$$

$$\text{Knot}[8, 9] \rightarrow \left\{ - \frac{(-1 + T - 2T^2 + T^3)(-1 + 2T - T^2 + T^3)}{T^3}, \right. \\ \left. \frac{1}{T_1^7 T_2^6} (-1 + T_1 - 2T_1^2 + T_1^3)(-1 + 2T_1 - T_1^2 + T_1^3)(-1 + T_1 T_2)(1 + T_1 T_2) \right. \\ \left. (-1 + T_2 - 2T_2^2 + T_2^3)(-1 + 2T_2 - T_2^2 + T_2^3)(3 - 6T_1 T_2 + 8T_1^2 T_2^2 - 6T_1^3 T_2^3 + 3T_1^4 T_2^4) \right\},$$

$$\text{Knot}[8, 20] \rightarrow \left\{ \frac{(1 - T + T^2)^2}{T^2}, - \frac{1}{T_1^5 T_2^4} 2(-1 + 2T_1 - 3T_1^2 + 2T_1^3 - T_1^4 + 2T_2 - 3T_1 T_2 + 4T_1^2 T_2 - \right. \\ \left. T_1^3 T_2 + T_1^5 T_2 - 3T_2^2 + 4T_1 T_2^2 - 2T_1^2 T_2^2 - 4T_1^3 T_2^2 + 4T_1^4 T_2^2 - 2T_1^5 T_2^2 + 2T_2^3 - T_1 T_2^3 - 4T_1^2 T_2^3 + 5T_1^3 T_2^3 - \right. \\ \left. T_1^4 T_2^3 - 4T_1^5 T_2^3 + 2T_1^6 T_2^3 - T_1^7 T_2^3 - T_2^4 + 4T_1^2 T_2^4 - T_1^3 T_2^4 + 3T_1^5 T_2^4 + 2T_1^6 T_2^4 + T_1^8 T_2^4 + T_1 T_2^5 - 2T_1^2 T_2^5 - \right. \\ \left. 4T_1^3 T_2^5 + 3T_1^4 T_2^5 - 3T_1^5 T_2^5 - 4T_1^6 T_2^5 + T_1^7 T_2^5 - 2T_1^8 T_2^5 + 2T_1^3 T_2^6 + 2T_1^4 T_2^6 - 4T_1^5 T_2^6 + 8T_1^6 T_2^6 - 4T_1^7 T_2^6 + \right. \\ \left. 3T_1^8 T_2^6 - T_1^3 T_2^7 + T_1^5 T_2^7 - 4T_1^6 T_2^7 + 3T_1^7 T_2^7 - 2T_1^8 T_2^7 + T_1^4 T_2^8 - 2T_1^5 T_2^8 + 3T_1^6 T_2^8 - 2T_1^7 T_2^8 + T_1^8 T_2^8) \right\},$$

$$\text{Knot}[9, 27] \rightarrow \left\{ - \frac{(-1 + 2T - 3T^2 + T^3)(-1 + 3T - 2T^2 + T^3)}{T^3}, \right. \\ \left. \frac{1}{T_1^7 T_2^6} (-3 + 15 T_1 - 33 T_1^2 + 45 T_1^3 - 33 T_1^4 + 15 T_1^5 - 3 T_1^6 + 15 T_2 - 65 T_1 T_2 + 115 T_1^2 T_2 - 115 T_1^3 T_2 + \right. \\ \left. 15 T_1^4 T_2 + 35 T_1^5 T_2 - 35 T_1^6 T_2 + 10 T_1^7 T_2 - 33 T_2^2 + 115 T_1 T_2^2 - 125 T_1^2 T_2^2 + T_1^3 T_2^2 + 265 T_1^4 T_2^2 - 219 T_1^5 T_2^2 + \right. \\ \left. 95 T_1^6 T_2^2 + 5 T_1^7 T_2^2 - 11 T_1^8 T_2^2 + 45 T_2^3 - 115 T_1 T_2^3 + T_1^2 T_2^3 + 268 T_1^3 T_2^3 - 554 T_1^4 T_2^3 + 156 T_1^5 T_2^3 + \right. \\ \left. 108 T_1^6 T_2^3 - 164 T_1^7 T_2^3 + 55 T_1^8 T_2^3 - 33 T_2^4 + 15 T_1 T_2^4 + 265 T_1^2 T_2^4 - 554 T_1^3 T_2^4 + 518 T_1^4 T_2^4 + 342 T_1^5 T_2^4 - \right. \\ \left. 542 T_1^6 T_2^4 + 286 T_1^7 T_2^4 - T_1^8 T_2^4 - 55 T_1^9 T_2^4 + 11 T_1^{10} T_2^4 + 15 T_2^5 + 35 T_1 T_2^5 - 219 T_1^2 T_2^5 + 156 T_1^3 T_2^5 + \right. \\ \left. 342 T_1^4 T_2^5 - 1095 T_1^5 T_2^5 + 705 T_1^6 T_2^5 + 67 T_1^7 T_2^5 - 294 T_1^8 T_2^5 + 166 T_1^9 T_2^5 - 5 T_1^{10} T_2^5 - 10 T_1^{11} T_2^5 - 3 T_2^6 - \right. \\ \left. 35 T_1 T_2^6 + 95 T_1^2 T_2^6 + 108 T_1^3 T_2^6 - 542 T_1^4 T_2^6 + 705 T_1^5 T_2^6 + 12 T_1^6 T_2^6 - 745 T_1^7 T_2^6 + 444 T_1^8 T_2^6 - 92 T_1^9 T_2^6 - \right. \\ \left. 97 T_1^{10} T_2^6 + 35 T_1^{11} T_2^6 + 3 T_1^{12} T_2^6 + 10 T_1 T_2^7 + 5 T_1^2 T_2^7 - 164 T_1^3 T_2^7 + 286 T_1^4 T_2^7 + 67 T_1^5 T_2^7 - 745 T_1^6 T_2^7 + \right. \\ \left. 1055 T_1^7 T_2^7 - 208 T_1^8 T_2^7 - 164 T_1^9 T_2^7 + 221 T_1^{10} T_2^7 - 35 T_1^{11} T_2^7 - 15 T_1^{12} T_2^7 - 11 T_1^2 T_2^8 + 55 T_1^3 T_2^8 - T_1^4 T_2^8 - \right. \\ \left. 294 T_1^5 T_2^8 + 444 T_1^6 T_2^8 - 208 T_1^7 T_2^8 - 616 T_1^8 T_2^8 + 546 T_1^9 T_2^8 - 267 T_1^{10} T_2^8 - 15 T_1^{11} T_2^8 + 33 T_1^{12} T_2^8 - \right. \\ \left. 55 T_1^4 T_2^9 + 166 T_1^5 T_2^9 - 92 T_1^6 T_2^9 - 164 T_1^7 T_2^9 + 546 T_1^8 T_2^9 - 252 T_1^9 T_2^9 + T_1^{10} T_2^9 + 115 T_1^{11} T_2^9 - 45 T_1^{12} T_2^9 + \right. \\ \left. 11 T_1^4 T_2^{10} - 5 T_1^5 T_2^{10} - 97 T_1^6 T_2^{10} + 221 T_1^7 T_2^{10} - 267 T_1^8 T_2^{10} + T_1^9 T_2^{10} + 123 T_1^{10} T_2^{10} - 115 T_1^{11} T_2^{10} + \right. \\ \left. 33 T_1^{12} T_2^{10} - 10 T_1^5 T_2^{11} + 35 T_1^6 T_2^{11} - 35 T_1^7 T_2^{11} - 15 T_1^8 T_2^{11} + 115 T_1^9 T_2^{11} - 115 T_1^{10} T_2^{11} + 65 T_1^{11} T_2^{11} - \right. \\ \left. 15 T_1^{12} T_2^{11} + 3 T_1^6 T_2^{12} - 15 T_1^7 T_2^{12} + 33 T_1^8 T_2^{12} - 45 T_1^9 T_2^{12} + 33 T_1^{10} T_2^{12} - 15 T_1^{11} T_2^{12} + 3 T_1^{12} T_2^{12} \right) \right\},$$

$$\text{Knot}[9, 41] \rightarrow \left\{ \frac{(3 - 3T + T^2)(1 - 3T + 3T^2)}{T^2}, \right.$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{T_1^5 T_2^4} \left(-51 + 201 T_1 - 315 T_1^2 + 201 T_1^3 - 51 T_1^4 + 201 T_2 - 698 T_1 T_2 + 880 T_1^2 T_2 - 236 T_1^3 T_2 - \right. \\
& 158 T_1^4 T_2 + 93 T_1^5 T_2 - 315 T_2^2 + 880 T_1 T_2^2 - 519 T_1^2 T_2^2 - 1035 T_1^3 T_2^2 + 1305 T_1^4 T_2^2 - 488 T_1^5 T_2^2 + \\
& 27 T_1^6 T_2^2 + 201 T_2^3 - 236 T_1 T_2^3 - 1035 T_1^2 T_2^3 + 2964 T_1^3 T_2^3 - 2484 T_1^4 T_2^3 + 333 T_1^5 T_2^3 + 376 T_1^6 T_2^3 - \\
& 123 T_1^7 T_2^3 - 51 T_2^4 - 158 T_1 T_2^4 + 1305 T_1^2 T_2^4 - 2484 T_1^3 T_2^4 + 1188 T_1^4 T_2^4 + 1692 T_1^5 T_2^4 - \\
& 1467 T_1^6 T_2^4 + 274 T_1^7 T_2^4 + 57 T_1^8 T_2^4 + 93 T_1 T_2^5 - 488 T_1^2 T_2^5 + 333 T_1^3 T_2^5 + 1692 T_1^4 T_2^5 - \\
& 3756 T_1^5 T_2^5 + 1701 T_1^6 T_2^5 + 124 T_1^7 T_2^5 - 231 T_1^8 T_2^5 + 27 T_1^9 T_2^5 + 376 T_1^3 T_2^6 - 1467 T_1^4 T_2^6 + \\
& 1701 T_1^5 T_2^6 + 357 T_1^6 T_2^6 - 992 T_1^7 T_2^6 + 369 T_1^8 T_2^6 - 123 T_1^3 T_2^7 + 274 T_1^4 T_2^7 + 124 T_1^5 T_2^7 - \\
& \left. 992 T_1^6 T_2^7 + 814 T_1^7 T_2^7 - 231 T_1^8 T_2^7 + 57 T_1^4 T_2^8 - 231 T_1^5 T_2^8 + 369 T_1^6 T_2^8 - 231 T_1^7 T_2^8 + 57 T_1^8 T_2^8 \right) \}, \\
\text{Knot}[9, 46] & \rightarrow \left\{ -\frac{(-2+T)(-1+2T)}{T}, \frac{1}{T_1^3 T_2^2} \left(-5 + 11 T_1 - 5 T_1^2 + 11 T_2 - 32 T_1 T_2 + \right. \right. \\
& 38 T_1^2 T_2 - 9 T_1^3 T_2 - 5 T_2^2 + 38 T_1 T_2^2 - 72 T_1^2 T_2^2 - 2 T_1^3 T_2^2 + 11 T_1^4 T_2^2 - \\
& \left. \left. 9 T_1 T_2^3 - 2 T_1^2 T_2^3 + 68 T_1^3 T_2^3 - 29 T_1^4 T_2^3 + 11 T_1^5 T_2^3 - 29 T_1^3 T_2^4 + 11 T_1^4 T_2^4 \right) \right\}, \\
\text{Knot}[10, 3] & \rightarrow \left\{ -\frac{(-3+2T)(-2+3T)}{T}, \frac{1}{T_1^3 T_2^2} \left(-171 + 367 T_1 - 171 T_1^2 + 367 T_2 - 888 T_1 T_2 + \right. \right. \\
& 594 T_1^2 T_2 - 101 T_1^3 T_2 - 171 T_2^2 + 594 T_1 T_2^2 - 420 T_1^2 T_2^2 - 342 T_1^3 T_2^2 + 261 T_1^4 T_2^2 - \\
& \left. \left. 101 T_1 T_2^3 - 342 T_1^2 T_2^3 + 1140 T_1^3 T_2^3 - 569 T_1^4 T_2^3 + 261 T_1^5 T_2^3 - 569 T_1^3 T_2^4 + 261 T_1^4 T_2^4 \right) \right\}, \\
\text{Knot}[10, 22] & \rightarrow \left\{ -\frac{(-2+2T-2T^2+T^3)(-1+2T-2T^2+2T^3)}{T^3}, \right. \\
& \frac{1}{T_1^7 T_2^6} \left(-25 + 75 T_1 - 125 T_1^2 + 163 T_1^3 - 125 T_1^4 + 75 T_1^5 - 25 T_1^6 + 75 T_2 - 174 T_1 T_2 + 222 T_1^2 T_2 - \right. \\
& 234 T_1^3 T_2 + 42 T_1^4 T_2 + 30 T_1^5 T_2 - 78 T_1^6 T_2 + 51 T_1^7 T_2 - 125 T_2^2 + 222 T_1 T_2^2 - 211 T_1^2 T_2^2 + 189 T_1^3 T_2^2 + \\
& 141 T_1^4 T_2^2 - 91 T_1^5 T_2^2 + 109 T_1^6 T_2^2 - 18 T_1^7 T_2^2 - 45 T_1^8 T_2^2 + 163 T_2^3 - 234 T_1 T_2^3 + 189 T_1^2 T_2^3 - 204 T_1^3 T_2^3 - \\
& 184 T_1^4 T_2^3 - 52 T_1^5 T_2^3 + 6 T_1^6 T_2^3 - 111 T_1^7 T_2^3 + 114 T_1^8 T_2^3 + 7 T_1^9 T_2^3 - 125 T_2^4 + 42 T_1 T_2^4 + 141 T_1^2 T_2^4 - \\
& 184 T_1^3 T_2^4 + 557 T_1^4 T_2^4 - 83 T_1^5 T_2^4 + 105 T_1^6 T_2^4 + 24 T_1^7 T_2^4 + 5 T_1^8 T_2^4 - 126 T_1^9 T_2^4 + 35 T_1^{10} T_2^4 + 75 T_2^5 + \\
& 30 T_1 T_2^5 - 91 T_1^2 T_2^5 - 52 T_1^3 T_2^5 - 83 T_1^4 T_2^5 - 416 T_1^5 T_2^5 + 174 T_1^6 T_2^5 - 63 T_1^7 T_2^5 - 32 T_1^8 T_2^5 + 129 T_1^9 T_2^5 + \\
& 30 T_1^{10} T_2^5 - 45 T_1^{11} T_2^5 - 25 T_2^6 - 78 T_1 T_2^6 + 109 T_1^2 T_2^6 + 6 T_1^3 T_2^6 + 105 T_1^4 T_2^6 + 174 T_1^5 T_2^6 + 108 T_1^6 T_2^6 - \\
& 218 T_1^7 T_2^6 + 73 T_1^8 T_2^6 - 66 T_1^9 T_2^6 - 115 T_1^{10} T_2^6 + 66 T_1^{11} T_2^6 + 23 T_1^{12} T_2^6 + 51 T_1 T_2^7 - 18 T_1^2 T_2^7 - \\
& 111 T_1^3 T_2^7 + 24 T_1^4 T_2^7 - 63 T_1^5 T_2^7 - 218 T_1^6 T_2^7 + 372 T_1^7 T_2^7 - 43 T_1^8 T_2^7 + 44 T_1^9 T_2^7 + 109 T_1^{10} T_2^7 - \\
& 18 T_1^{11} T_2^7 - 69 T_1^{12} T_2^7 - 45 T_1^2 T_2^8 + 114 T_1^3 T_2^8 + 5 T_1^4 T_2^8 - 32 T_1^5 T_2^8 + 73 T_1^6 T_2^8 - 43 T_1^7 T_2^8 - 379 T_1^8 T_2^8 + \\
& 176 T_1^9 T_2^8 - 131 T_1^{10} T_2^8 - 54 T_1^{11} T_2^8 + 115 T_1^{12} T_2^8 + 7 T_1^3 T_2^9 - 126 T_1^4 T_2^9 + 129 T_1^5 T_2^9 - 66 T_1^6 T_2^9 + \\
& 44 T_1^7 T_2^9 + 176 T_1^8 T_2^9 + 144 T_1^9 T_2^9 - 171 T_1^{10} T_2^9 + 222 T_1^{11} T_2^9 - 149 T_1^{12} T_2^9 + 35 T_1^4 T_2^{10} + 30 T_1^5 T_2^{10} - \\
& 115 T_1^6 T_2^{10} + 109 T_1^7 T_2^{10} - 131 T_1^8 T_2^{10} - 171 T_1^9 T_2^{10} + 205 T_1^{10} T_2^{10} - 210 T_1^{11} T_2^{10} + 115 T_1^{12} T_2^{10} - \\
& 45 T_1^5 T_2^{11} + 66 T_1^6 T_2^{11} - 18 T_1^7 T_2^{11} - 54 T_1^8 T_2^{11} + 222 T_1^9 T_2^{11} - 210 T_1^{10} T_2^{11} + 162 T_1^{11} T_2^{11} - 69 T_1^{12} T_2^{11} + \\
& \left. \left. 23 T_1^6 T_2^{12} - 69 T_1^7 T_2^{12} + 115 T_1^8 T_2^{12} - 149 T_1^9 T_2^{12} + 115 T_1^{10} T_2^{12} - 69 T_1^{11} T_2^{12} + 23 T_1^{12} T_2^{12} \right) \right\}, \\
\text{Knot}[10, 35] & \rightarrow \left\{ \frac{(2-4T+T^2)(1-4T+2T^2)}{T^2}, \right. \\
& \frac{1}{T_1^5 T_2^4} \left(-17 + 103 T_1 - 181 T_1^2 + 103 T_1^3 - 17 T_1^4 + 103 T_2 - 570 T_1 T_2 + 762 T_1^2 T_2 - 30 T_1^3 T_2 - 234 T_1^4 T_2 + \right. \\
& 55 T_1^5 T_2 - 181 T_2^2 + 762 T_1 T_2^2 + 112 T_1^2 T_2^2 - 2442 T_1^3 T_2^2 + 1708 T_1^4 T_2^2 - 246 T_1^5 T_2^2 - 13 T_1^6 T_2^2 + 103 T_2^3 - \\
& 30 T_1 T_2^3 - 2442 T_1^2 T_2^3 + 5136 T_1^3 T_2^3 - 2172 T_1^4 T_2^3 - 426 T_1^5 T_2^3 + 330 T_1^6 T_2^3 - 41 T_1^7 T_2^3 - 17 T_2^4 - 234 T_1 T_2^4 + \\
& \left. \left. 1708 T_1^2 T_2^4 - 2172 T_1^3 T_2^4 - 1392 T_1^4 T_2^4 + 3108 T_1^5 T_2^4 - 1412 T_1^6 T_2^4 + 150 T_1^7 T_2^4 + 15 T_1^8 T_2^4 + 55 T_1 T_2^5 - \right. \right.
\end{aligned}$$

$$246 T_1^2 T_2^5 - 426 T_1^3 T_2^5 + 3108 T_1^4 T_2^5 - 4200 T_1^5 T_2^5 + 1590 T_1^6 T_2^5 + 114 T_1^7 T_2^5 - 89 T_1^8 T_2^5 - 13 T_1^2 T_2^6 + 330 T_1^3 T_2^6 - 1412 T_1^4 T_2^6 + 1590 T_1^5 T_2^6 + 184 T_1^6 T_2^6 - 678 T_1^7 T_2^6 + 155 T_1^8 T_2^6 - 41 T_1^3 T_2^7 + 150 T_1^4 T_2^7 + 114 T_1^5 T_2^7 - 678 T_1^6 T_2^7 + 486 T_1^7 T_2^7 - 89 T_1^8 T_2^7 + 15 T_1^4 T_2^8 - 89 T_1^5 T_2^8 + 155 T_1^6 T_2^8 - 89 T_1^7 T_2^8 + 15 T_1^8 T_2^8 \},$$

$$\text{Knot}[10, 42] \rightarrow \left\{ -\frac{(-1 + 3 T - 4 T^2 + T^3) (-1 + 4 T - 3 T^2 + T^3)}{T^3}, \right.$$

$$\frac{1}{T_1^7 T_2^6} (-3 + 21 T_1 - 57 T_1^2 + 81 T_1^3 - 57 T_1^4 + 21 T_1^5 - 3 T_1^6 + 21 T_2 - 133 T_1 T_2 + 301 T_1^2 T_2 - 301 T_1^3 T_2 + 21 T_1^4 T_2 + 119 T_1^5 T_2 - 77 T_1^6 T_2 + 14 T_1^7 T_2 - 57 T_2^2 + 301 T_1 T_2^2 - 422 T_1^2 T_2^2 - 166 T_1^3 T_2^2 + 1164 T_1^4 T_2^2 - 926 T_1^5 T_2^2 + 262 T_1^6 T_2^2 + 35 T_1^7 T_2^2 - 19 T_1^8 T_2^2 + 81 T_2^3 - 301 T_1 T_2^3 - 166 T_1^2 T_2^3 + 1864 T_1^3 T_2^3 - 3062 T_1^4 T_2^3 + 950 T_1^5 T_2^3 + 674 T_1^6 T_2^3 - 641 T_1^7 T_2^3 + 133 T_1^8 T_2^3 - 57 T_2^4 + 21 T_1 T_2^4 + 1164 T_1^2 T_2^4 - 3062 T_1^3 T_2^4 + 2392 T_1^4 T_2^4 + 2552 T_1^5 T_2^4 - 3800 T_1^6 T_2^4 + 1690 T_1^7 T_2^4 - 38 T_1^8 T_2^4 - 133 T_1^9 T_2^4 + 19 T_1^{10} T_2^4 + 21 T_2^5 + 119 T_1 T_2^5 - 926 T_1^2 T_2^5 + 950 T_1^3 T_2^5 + 2552 T_1^4 T_2^5 - 7805 T_1^5 T_2^5 + 5699 T_1^6 T_2^5 - 279 T_1^7 T_2^5 - 1582 T_1^8 T_2^5 + 689 T_1^9 T_2^5 - 35 T_1^{10} T_2^5 - 14 T_1^{11} T_2^5 - 3 T_2^6 - 77 T_1 T_2^6 + 262 T_1^2 T_2^6 + 674 T_1^3 T_2^6 - 3800 T_1^4 T_2^6 + 5699 T_1^5 T_2^6 - 552 T_1^6 T_2^6 - 5255 T_1^7 T_2^6 + 4018 T_1^8 T_2^6 - 818 T_1^9 T_2^6 - 274 T_1^{10} T_2^6 + 77 T_1^{11} T_2^6 + 3 T_1^{12} T_2^6 + 14 T_1 T_2^7 + 35 T_1^2 T_2^7 - 641 T_1^3 T_2^7 + 1690 T_1^4 T_2^7 - 279 T_1^5 T_2^7 - 5255 T_1^6 T_2^7 + 8249 T_1^7 T_2^7 - 3110 T_1^8 T_2^7 - 842 T_1^9 T_2^7 + 974 T_1^{10} T_2^7 - 119 T_1^{11} T_2^7 - 21 T_1^{12} T_2^7 - 19 T_2^8 + 133 T_1 T_2^8 - 38 T_1^2 T_2^8 - 1582 T_1^3 T_2^8 + 4018 T_1^4 T_2^8 - 3110 T_1^5 T_2^8 - 2174 T_1^6 T_2^8 + 3170 T_1^7 T_2^8 - 1240 T_1^8 T_2^8 - 21 T_1^{11} T_2^8 + 57 T_1^{12} T_2^8 - 133 T_1^4 T_2^9 + 689 T_1^5 T_2^9 - 818 T_1^6 T_2^9 - 842 T_1^7 T_2^9 + 3170 T_1^8 T_2^9 - 2008 T_1^9 T_2^9 + 214 T_1^{10} T_2^9 + 301 T_1^{11} T_2^9 - 81 T_1^{12} T_2^9 + 19 T_1^4 T_2^{10} - 35 T_1^5 T_2^{10} - 274 T_1^6 T_2^{10} + 974 T_1^7 T_2^{10} - 1240 T_1^8 T_2^{10} + 214 T_1^9 T_2^{10} + 410 T_1^{10} T_2^{10} - 301 T_1^{11} T_2^{10} + 57 T_1^{12} T_2^{10} - 14 T_1^5 T_2^{11} + 77 T_1^6 T_2^{11} - 119 T_1^7 T_2^{11} - 21 T_1^8 T_2^{11} + 301 T_1^9 T_2^{11} - 301 T_1^{10} T_2^{11} + 133 T_1^{11} T_2^{11} - 21 T_1^{12} T_2^{11} + 3 T_1^6 T_2^{12} - 21 T_1^7 T_2^{12} + 57 T_1^8 T_2^{12} - 81 T_1^9 T_2^{12} + 57 T_1^{10} T_2^{12} - 21 T_1^{11} T_2^{12} + 3 T_1^{12} T_2^{12} \},$$

$$\text{Knot}[10, 48] \rightarrow \left\{ \frac{(1 - T + 2 T^2 - 2 T^3 + T^4) (1 - 2 T + 2 T^2 - T^3 + T^4)}{T^4}, \right.$$

$$-\frac{1}{T_1^9 T_2^8} (-4 + 12 T_1 - 24 T_1^2 + 36 T_1^3 - 44 T_1^4 + 36 T_1^5 - 24 T_1^6 + 12 T_1^7 - 4 T_1^8 + 12 T_2 - 27 T_1 T_2 + 45 T_1^2 T_2 - 54 T_1^3 T_2 + 51 T_1^4 T_2 - 9 T_1^5 T_2 - 9 T_1^6 T_2 + 18 T_1^7 T_2 - 15 T_1^8 T_2 + 9 T_1^9 T_2 - 24 T_2^2 + 45 T_1 T_2^2 - 74 T_1^2 T_2^2 + 88 T_1^3 T_2^2 - 91 T_1^4 T_2^2 + 26 T_1^5 T_2^2 - 31 T_1^6 T_2^2 + 16 T_1^7 T_2^2 - 14 T_1^8 T_2^2 + 9 T_1^9 T_2^2 - 12 T_1^{10} T_2^2 + 36 T_2^3 - 54 T_1 T_2^3 + 88 T_1^2 T_2^3 - 97 T_1^3 T_2^3 + 100 T_1^4 T_2^3 - 3 T_1^5 T_2^3 + 42 T_1^6 T_2^3 - 8 T_1^7 T_2^3 + 11 T_1^8 T_2^3 - 2 T_1^9 T_2^3 + 9 T_1^{10} T_2^3 + 9 T_1^{11} T_2^3 - 44 T_2^4 + 51 T_1 T_2^4 - 91 T_1^2 T_2^4 + 100 T_1^3 T_2^4 - 115 T_1^4 T_2^4 - 83 T_1^6 T_2^4 + 6 T_1^7 T_2^4 + 8 T_1^8 T_2^4 - 26 T_1^9 T_2^4 + 11 T_1^{10} T_2^4 - 27 T_1^{11} T_2^4 + 36 T_2^5 - 9 T_1 T_2^5 + 26 T_1^2 T_2^5 - 3 T_1^3 T_2^5 + 110 T_1^5 T_2^5 + 44 T_1^6 T_2^5 + 44 T_1^7 T_2^5 - 16 T_1^8 T_2^5 + 9 T_1^9 T_2^5 + 24 T_1^{10} T_2^5 - T_1^{11} T_2^5 + 27 T_1^{12} T_2^5 - 9 T_1^{13} T_2^5 - 24 T_2^6 - 9 T_1 T_2^6 - 31 T_1^2 T_2^6 + 42 T_1^3 T_2^6 - 83 T_1^4 T_2^6 + 44 T_1^5 T_2^6 - 212 T_1^6 T_2^6 + 38 T_1^7 T_2^6 - 20 T_1^8 T_2^6 + 8 T_1^9 T_2^6 + T_1^{10} T_2^6 - 30 T_1^{11} T_2^6 - 7 T_1^{12} T_2^6 - 9 T_1^{13} T_2^6 + 12 T_1^{14} T_2^6 + 12 T_2^7 + 18 T_1 T_2^7 + 16 T_1^2 T_2^7 - 8 T_1^3 T_2^7 + 6 T_1^4 T_2^7 + 44 T_1^5 T_2^7 + 38 T_1^6 T_2^7 + 158 T_1^7 T_2^7 - 118 T_1^8 T_2^7 + 29 T_1^9 T_2^7 - 28 T_1^{10} T_2^7 + 9 T_1^{11} T_2^7 + 28 T_1^{12} T_2^7 - 2 T_1^{13} T_2^7 - 9 T_1^{14} T_2^7 - 9 T_1^{15} T_2^7 - 4 T_2^8 - 15 T_1 T_2^8 - 14 T_1^2 T_2^8 + 11 T_1^3 T_2^8 + T_1^4 T_2^8 - 16 T_1^5 T_2^8 - 20 T_1^6 T_2^8 - 118 T_1^7 T_2^8 + 48 T_1^8 T_2^8 + 74 T_1^9 T_2^8 + 10 T_1^{10} T_2^8 + 20 T_1^{11} T_2^8 - 19 T_1^{12} T_2^8 - 7 T_1^{13} T_2^8 + 16 T_1^{14} T_2^8 + 15 T_1^{15} T_2^8 + 4 T_1^{16} T_2^8 + 9 T_1 T_2^9 + 9 T_1^2 T_2^9 - 2 T_1^3 T_2^9 - 26 T_1^4 T_2^9 + 9 T_1^5 T_2^9 + 8 T_1^6 T_2^9 + 29 T_1^7 T_2^9 + 74 T_1^8 T_2^9 - 202 T_1^9 T_2^9 + 20 T_1^{10} T_2^9 - 64 T_1^{11} T_2^9 + 12 T_1^{12} T_2^9 + 10 T_1^{13} T_2^9 - 20 T_1^{14} T_2^9 - 18 T_1^{15} T_2^9 - 12 T_1^{16} T_2^9 - 12 T_1^2 T_2^{10} + 9 T_1^3 T_2^{10} + 11 T_1^4 T_2^{10} + 24 T_1^5 T_2^{10} + T_1^6 T_2^{10} - 28 T_1^7 T_2^{10} + 10 T_1^8 T_2^{10} + 20 T_1^9 T_2^{10} + 202 T_1^{10} T_2^{10} - 64 T_1^{11} T_2^{10} + 85 T_1^{12} T_2^{10} - 48 T_1^{13} T_2^{10} + 35 T_1^{14} T_2^{10} + 9 T_1^{15} T_2^{10} + 24 T_1^{16} T_2^{10} + 9 T_1^3 T_2^{11} - 27 T_1^4 T_2^{11} - T_1^5 T_2^{11} - 30 T_1^6 T_2^{11} + 9 T_1^7 T_2^{11} + 20 T_1^8 T_2^{11} - 64 T_1^9 T_2^{11} - 64 T_1^{10} T_2^{11} - 106 T_1^{11} T_2^{11} + 18 T_1^{12} T_2^{11} - 3 T_1^{13} T_2^{11} - 28 T_1^{14} T_2^{11} + 9 T_1^{15} T_2^{11} - 36 T_1^{16} T_2^{11} + 27 T_1^5 T_2^{12} - 7 T_1^6 T_2^{12} + 28 T_1^7 T_2^{12} - 19 T_1^8 T_2^{12} + 12 T_1^9 T_2^{12} + 85 T_1^{10} T_2^{12} + 18 T_1^{11} T_2^{12} + 97 T_1^{12} T_2^{12} - 98 T_1^{13} T_2^{12} + 95 T_1^{14} T_2^{12} - 51 T_1^{15} T_2^{12} + 44 T_1^{16} T_2^{12} - 9 T_1^5 T_2^{13} - 9 T_1^6 T_2^{13} - 2 T_1^7 T_2^{13} - 7 T_1^8 T_2^{13} + 10 T_1^9 T_2^{13} - 48 T_1^{10} T_2^{13} - 3 T_1^{11} T_2^{13} - 98 T_1^{12} T_2^{13} + 101 T_1^{13} T_2^{13} - 92 T_1^{14} T_2^{13} +$$

$$\begin{aligned}
 & 54 T_1^{15} T_2^{13} - 36 T_1^{16} T_2^{13} + 12 T_1^6 T_2^{14} - 9 T_1^7 T_2^{14} + 16 T_1^8 T_2^{14} - 20 T_1^9 T_2^{14} + 35 T_1^{10} T_2^{14} - 28 T_1^{11} T_2^{14} + \\
 & 95 T_1^{12} T_2^{14} - 92 T_1^{13} T_2^{14} + 76 T_1^{14} T_2^{14} - 45 T_1^{15} T_2^{14} + 24 T_1^{16} T_2^{14} - 9 T_1^7 T_2^{15} + 15 T_1^8 T_2^{15} - 18 T_1^9 T_2^{15} + \\
 & 9 T_1^{10} T_2^{15} + 9 T_1^{11} T_2^{15} - 51 T_1^{12} T_2^{15} + 54 T_1^{13} T_2^{15} - 45 T_1^{14} T_2^{15} + 27 T_1^{15} T_2^{15} - 12 T_1^{16} T_2^{15} + 4 T_1^8 T_2^{16} - \\
 & 12 T_1^9 T_2^{16} + 24 T_1^{10} T_2^{16} - 36 T_1^{11} T_2^{16} + 44 T_1^{12} T_2^{16} - 36 T_1^{13} T_2^{16} + 24 T_1^{14} T_2^{16} - 12 T_1^{15} T_2^{16} + 4 T_1^{16} T_2^{16} \Big\}, \\
 \text{Knot}[10, 75] \rightarrow & \left\{ -\frac{(-1 + 3 T - 4 T^2 + T^3) (-1 + 4 T - 3 T^2 + T^3)}{T^3}, \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{T_1^7 T_2^6} (-3 + 21 T_1 - 57 T_1^2 + 81 T_1^3 - 57 T_1^4 + 21 T_1^5 - 3 T_1^6 + 21 T_2 - 133 T_1 T_2 + 301 T_1^2 T_2 - 301 T_1^3 T_2 + \\
 & 21 T_1^4 T_2 + 119 T_1^5 T_2 - 77 T_1^6 T_2 + 14 T_1^7 T_2 - 57 T_2^2 + 301 T_1 T_2^2 - 414 T_1^2 T_2^2 - 198 T_1^3 T_2^2 + 1218 T_1^4 T_2^2 - \\
 & 958 T_1^5 T_2^2 + 270 T_1^6 T_2^2 + 35 T_1^7 T_2^2 - 19 T_1^8 T_2^2 + 81 T_2^3 - 301 T_1 T_2^3 - 198 T_1^2 T_2^3 + 1954 T_1^3 T_2^3 - 3148 T_1^4 T_2^3 + \\
 & 864 T_1^5 T_2^3 + 764 T_1^6 T_2^3 - 673 T_1^7 T_2^3 + 133 T_1^8 T_2^3 - 57 T_2^4 + 21 T_1 T_2^4 + 1218 T_1^2 T_2^4 - 3148 T_1^3 T_2^4 + \\
 & 2358 T_1^4 T_2^4 + 2906 T_1^5 T_2^4 - 3834 T_1^6 T_2^4 + 1604 T_1^7 T_2^4 + 16 T_1^8 T_2^4 - 133 T_1^9 T_2^4 + 19 T_1^{10} T_2^4 + 21 T_2^5 + \\
 & 119 T_1 T_2^5 - 958 T_1^2 T_2^5 + 864 T_1^3 T_2^5 + 2906 T_1^4 T_2^5 - 8283 T_1^5 T_2^5 + 5221 T_1^6 T_2^5 + 75 T_1^7 T_2^5 - 1668 T_1^8 T_2^5 + \\
 & 657 T_1^9 T_2^5 - 35 T_1^{10} T_2^5 - 14 T_1^{11} T_2^5 - 3 T_2^6 - 77 T_1 T_2^6 + 270 T_1^2 T_2^6 + 764 T_1^3 T_2^6 - 3834 T_1^4 T_2^6 + 5221 T_1^5 T_2^6 + \\
 & 900 T_1^6 T_2^6 - 5733 T_1^7 T_2^6 + 3984 T_1^8 T_2^6 - 728 T_1^9 T_2^6 - 266 T_1^{10} T_2^6 + 77 T_1^{11} T_2^6 + 3 T_1^{12} T_2^6 + 14 T_1 T_2^7 + \\
 & 35 T_1^2 T_2^7 - 673 T_1^3 T_2^7 + 1604 T_1^4 T_2^7 + 75 T_1^5 T_2^7 - 5733 T_1^6 T_2^7 + 7771 T_1^7 T_2^7 - 2756 T_1^8 T_2^7 - 928 T_1^9 T_2^7 + \\
 & 942 T_1^{10} T_2^7 - 119 T_1^{11} T_2^7 - 21 T_1^{12} T_2^7 - 19 T_1^2 T_2^8 + 133 T_1^3 T_2^8 + 16 T_1^4 T_2^8 - 1668 T_1^5 T_2^8 + 3984 T_1^6 T_2^8 - \\
 & 2756 T_1^7 T_2^8 - 2208 T_1^8 T_2^8 + 3084 T_1^9 T_2^8 - 1186 T_1^{10} T_2^8 - 21 T_1^{11} T_2^8 + 57 T_1^{12} T_2^8 - 133 T_1^4 T_2^9 + 657 T_1^5 T_2^9 - \\
 & 728 T_1^6 T_2^9 - 928 T_1^7 T_2^9 + 3084 T_1^8 T_2^9 - 1918 T_1^9 T_2^9 + 182 T_1^{10} T_2^9 + 301 T_1^{11} T_2^9 - 81 T_1^{12} T_2^9 + 19 T_1^4 T_2^{10} - \\
 & 35 T_1^5 T_2^{10} - 266 T_1^6 T_2^{10} + 942 T_1^7 T_2^{10} - 1186 T_1^8 T_2^{10} + 182 T_1^9 T_2^{10} + 418 T_1^{10} T_2^{10} - 301 T_1^{11} T_2^{10} + \\
 & 57 T_1^{12} T_2^{10} - 14 T_1^5 T_2^{11} + 77 T_1^6 T_2^{11} - 119 T_1^7 T_2^{11} - 21 T_1^8 T_2^{11} + 301 T_1^9 T_2^{11} - 301 T_1^{10} T_2^{11} + 133 T_1^{11} T_2^{11} - \\
 & 21 T_1^{12} T_2^{11} + 3 T_1^6 T_2^{12} - 21 T_1^7 T_2^{12} + 57 T_1^8 T_2^{12} - 81 T_1^9 T_2^{12} + 57 T_1^{10} T_2^{12} - 21 T_1^{11} T_2^{12} + 3 T_1^{12} T_2^{12} \Big\},
 \end{aligned}$$

$$\text{Knot}[10, 87] \rightarrow \left\{ -\frac{(-2 + T) (-1 + 2 T) (1 - T + T^2)^2}{T^3}, \right.$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{T_1^7 T_2^6} (-25 + 112 T_1 - 224 T_1^2 + 287 T_1^3 - 224 T_1^4 + 112 T_1^5 - 25 T_1^6 + 112 T_2 - 426 T_1 T_2 + 664 T_1^2 T_2 - \\
 & 606 T_1^3 T_2 + 132 T_1^4 T_2 + 178 T_1^5 T_2 - 228 T_1^6 T_2 + 76 T_1^7 T_2 - 224 T_2^2 + 664 T_1 T_2^2 - 570 T_1^2 T_2^2 - \\
 & 95 T_1^3 T_2^2 + 1152 T_1^4 T_2^2 - 1103 T_1^5 T_2^2 + 582 T_1^6 T_2^2 + 16 T_1^7 T_2^2 - 80 T_1^8 T_2^2 + 287 T_2^3 - 606 T_1 T_2^3 - \\
 & 95 T_1^2 T_2^3 + 1138 T_1^3 T_2^3 - 2061 T_1^4 T_2^3 + 855 T_1^5 T_2^3 + 214 T_1^6 T_2^3 - 797 T_1^7 T_2^3 + 312 T_1^8 T_2^3 + 11 T_1^9 T_2^3 - \\
 & 224 T_2^4 + 132 T_1 T_2^4 + 1152 T_1^2 T_2^4 - 2061 T_1^3 T_2^4 + 2114 T_1^4 T_2^4 + 358 T_1^5 T_2^4 - 1378 T_1^6 T_2^4 + 1251 T_1^7 T_2^4 + \\
 & 18 T_1^8 T_2^4 - 336 T_1^9 T_2^4 + 64 T_1^{10} T_2^4 + 112 T_2^5 + 178 T_1 T_2^5 - 1103 T_1^2 T_2^5 + 855 T_1^3 T_2^5 + 358 T_1^4 T_2^5 - \\
 & 2758 T_1^5 T_2^5 + 2084 T_1^6 T_2^5 - 290 T_1^7 T_2^5 - 1269 T_1^8 T_2^5 + 823 T_1^9 T_2^5 + 16 T_1^{10} T_2^5 - 68 T_1^{11} T_2^5 - 25 T_2^6 - \\
 & 228 T_1 T_2^6 + 582 T_1^2 T_2^6 + 214 T_1^3 T_2^6 - 1378 T_1^4 T_2^6 + 2084 T_1^5 T_2^6 + 72 T_1^6 T_2^6 - 2020 T_1^7 T_2^6 + 1970 T_1^8 T_2^6 - \\
 & 338 T_1^9 T_2^6 - 606 T_1^{10} T_2^6 + 204 T_1^{11} T_2^6 + 23 T_1^{12} T_2^6 + 76 T_1 T_2^7 + 16 T_1^2 T_2^7 - 797 T_1^3 T_2^7 + 1251 T_1^4 T_2^7 - \\
 & 290 T_1^5 T_2^7 - 2020 T_1^6 T_2^7 + 2822 T_1^7 T_2^7 - 938 T_1^8 T_2^7 - 873 T_1^9 T_2^7 + 1129 T_1^{10} T_2^7 - 146 T_1^{11} T_2^7 - 104 T_1^{12} T_2^7 - \\
 & 80 T_1^2 T_2^8 + 312 T_1^3 T_2^8 + 18 T_1^4 T_2^8 - 1269 T_1^5 T_2^8 + 1970 T_1^6 T_2^8 - 938 T_1^7 T_2^8 - 1522 T_1^8 T_2^8 + 2043 T_1^9 T_2^8 - \\
 & 1116 T_1^{10} T_2^8 - 156 T_1^{11} T_2^8 + 208 T_1^{12} T_2^8 + 11 T_1^3 T_2^9 - 336 T_1^4 T_2^9 + 823 T_1^5 T_2^9 - 338 T_1^6 T_2^9 - 873 T_1^7 T_2^9 + \\
 & 2043 T_1^8 T_2^9 - 1262 T_1^9 T_2^9 + 121 T_1^{10} T_2^9 + 582 T_1^{11} T_2^9 - 265 T_1^{12} T_2^9 + 64 T_1^4 T_2^{10} + 16 T_1^5 T_2^{10} - 606 T_1^6 T_2^{10} + \\
 & 1129 T_1^7 T_2^{10} - 1116 T_1^8 T_2^{10} + 121 T_1^9 T_2^{10} + 546 T_1^{10} T_2^{10} - 632 T_1^{11} T_2^{10} + 208 T_1^{12} T_2^{10} - 68 T_1^5 T_2^{11} + \\
 & 204 T_1^6 T_2^{11} - 146 T_1^7 T_2^{11} - 156 T_1^8 T_2^{11} + 582 T_1^9 T_2^{11} - 632 T_1^{10} T_2^{11} + 402 T_1^{11} T_2^{11} - 104 T_1^{12} T_2^{11} + 23 T_1^6 T_2^{12} - \\
 & 104 T_1^7 T_2^{12} + 208 T_1^8 T_2^{12} - 265 T_1^9 T_2^{12} + 208 T_1^{10} T_2^{12} - 104 T_1^{11} T_2^{12} + 23 T_1^{12} T_2^{12} \Big\}, \text{Knot}[10, 99] \rightarrow
 \end{aligned}$$

$$\left\{ \frac{(1 - T + T^2)^4}{T^4}, -\frac{4 (1 - T_1 + T_1^2)^4 (-1 + T_1 T_2) (1 + T_1 T_2) (1 - T_2 + T_2^2)^4 (1 - T_1 T_2 + T_1^2 T_2^2)^3}{T_1^9 T_2^8} \right\},$$

Knot [10, 123] →

$$\left\{ \frac{(1 - 3T + 3T^2 - 3T^3 + T^4)^2}{T^4}, \right. \\ \left. - \frac{1}{T_1^9 T_2^8} 2 (1 - 3T_1 + 3T_1^2 - 3T_1^3 + T_1^4)^2 (-1 + T_1 T_2) (1 + T_1 T_2) (2 - 3T_1 T_2 + 2T_1^2 T_2^2) \right. \\ \left. (1 - 3T_2 + 3T_2^2 - 3T_2^3 + T_2^4)^2 (1 - 3T_1 T_2 + 3T_1^2 T_2^2 - 3T_1^3 T_2^3 + T_1^4 T_2^4) \right\},$$

Knot [10, 129] → $\left\{ \frac{(2 - 2T + T^2)(1 - 2T + 2T^2)}{T^2}, \right.$

$$\left. - \frac{1}{T_1^5 T_2^4} (-17 + 50T_1 - 75T_1^2 + 50T_1^3 - 17T_1^4 + 50T_2 - 124T_1 T_2 + 146T_1^2 T_2 - 34T_1^3 T_2 - 28T_1^4 T_2 + \right. \\ 26T_1^5 T_2 - 75T_2^2 + 146T_1 T_2^2 - 77T_1^2 T_2^2 - 151T_1^3 T_2^2 + 175T_1^4 T_2^2 - 70T_1^5 T_2^2 - 3T_1^6 T_2^2 + 50T_2^3 - \\ 34T_1 T_2^3 - 151T_1^2 T_2^3 + 332T_1^3 T_2^3 - 190T_1^4 T_2^3 - 43T_1^5 T_2^3 + 74T_1^6 T_2^3 - 22T_1^7 T_2^3 - 17T_2^4 - 28T_1 T_2^4 + \\ 175T_1^2 T_2^4 - 190T_1^3 T_2^4 - 12T_1^4 T_2^4 + 218T_1^5 T_2^4 - 113T_1^6 T_2^4 + 20T_1^7 T_2^4 + 15T_1^8 T_2^4 + 26T_1 T_2^5 - \\ 70T_1^2 T_2^5 - 43T_1^3 T_2^5 + 218T_1^4 T_2^5 - 304T_1^5 T_2^5 + 65T_1^6 T_2^5 + 38T_1^7 T_2^5 - 46T_1^8 T_2^5 - 3T_1^9 T_2^5 + 74T_1^3 T_2^6 - \\ 113T_1^4 T_2^6 + 65T_1^5 T_2^6 + 139T_1^6 T_2^6 - 142T_1^7 T_2^6 + 69T_1^8 T_2^6 - 22T_1^9 T_2^6 + 20T_1^4 T_2^7 + 38T_1^5 T_2^7 - \\ 142T_1^6 T_2^7 + 116T_1^7 T_2^7 - 46T_1^8 T_2^7 + 15T_1^4 T_2^8 - 46T_1^5 T_2^8 + 69T_1^6 T_2^8 - 46T_1^7 T_2^8 + 15T_1^8 T_2^8) \left. \right\},$$

Knot [10, 137] → $\left\{ \frac{(1 - 3T + T^2)^2}{T^2}, - \frac{1}{T_1^5 T_2^4} 2 (1 - 3T_1 + T_1^2) (1 - 3T_2 + T_2^2) \right.$

$$\left. (1 - 3T_1 T_2 + T_1^2 T_2^2) (-1 + 3T_1 - T_1^2 + 3T_2 - 8T_1 T_2 + 4T_1^2 T_2 - T_2^2 + 4T_1 T_2^2 - \right. \\ \left. 6T_1^2 T_2^2 - 2T_1^3 T_2^2 + T_1^4 T_2^2 - 2T_1^2 T_2^3 + 10T_1^3 T_2^3 - 3T_1^4 T_2^3 + T_1^2 T_2^4 - 3T_1^3 T_2^4 + T_1^4 T_2^4) \right\},$$

Knot [10, 140] → $\left\{ \frac{(1 - T + T^2)^2}{T^2}, - \frac{1}{T_1^5 T_2^4} 2 (-1 + 2T_1 - 3T_1^2 + 2T_1^3 - T_1^4 + 2T_2 - 3T_1 T_2 + 4T_1^2 T_2 - \right.$

$$\left. T_1^3 T_2 + T_1^5 T_2 - 3T_2^2 + 4T_1 T_2^2 + T_1^2 T_2^2 - 8T_1^3 T_2^2 + 7T_1^4 T_2^2 - 2T_1^5 T_2^2 + 2T_2^3 - T_1 T_2^3 - 8T_1^2 T_2^3 + 6T_1^3 T_2^3 - \right. \\ 8T_1^5 T_2^3 + 2T_1^6 T_2^3 - T_1^7 T_2^3 - T_2^4 + 7T_1^2 T_2^4 + 4T_1^5 T_2^4 + 5T_1^6 T_2^4 + T_1^8 T_2^4 + T_1 T_2^5 - 2T_1^2 T_2^5 - 8T_1^3 T_2^5 + \\ 4T_1^4 T_2^5 - 2T_1^5 T_2^5 - 8T_1^6 T_2^5 + T_1^7 T_2^5 - 2T_1^8 T_2^5 + 2T_1^3 T_2^6 + 5T_1^4 T_2^6 - 8T_1^5 T_2^6 + 11T_1^6 T_2^6 - 4T_1^7 T_2^6 + \\ \left. 3T_1^8 T_2^6 - T_1^3 T_2^7 + T_1^5 T_2^7 - 4T_1^6 T_2^7 + 3T_1^7 T_2^7 - 2T_1^8 T_2^7 + T_1^4 T_2^8 - 2T_1^5 T_2^8 + 3T_1^6 T_2^8 - 2T_1^7 T_2^8 + T_1^8 T_2^8) \right\},$$

Knot [10, 153] → $\left\{ \frac{(1 - T + T^3)(1 - T^2 + T^3)}{T^3}, - \frac{1}{T_1^7 T_2^6} (-2 + 2T_1 + 2T_1^2 - 6T_1^3 + 2T_1^4 + 2T_1^5 - 2T_1^6 + \right.$

$$\left. 2T_2 - 3T_1 T_2 + 3T_1^3 T_2 - T_1^4 T_2 - T_1^6 T_2 + T_1^7 T_2 + 2T_2^2 - 2T_1^2 T_2^2 + 6T_1^3 T_2^2 - 2T_1^5 T_2^2 + 2T_1^6 T_2^2 + 2T_1^7 T_2^2 - \right. \\ 6T_2^3 + 3T_1 T_2^3 + 6T_1^2 T_2^3 - 14T_1^3 T_2^3 - 2T_1^4 T_2^3 + 2T_1^5 T_2^3 + 4T_1^6 T_2^3 - 5T_1^7 T_2^3 - 5T_1^8 T_2^3 + 3T_1^9 T_2^3 + 2T_2^4 - \\ T_1 T_2^4 - 2T_1^3 T_2^4 + 5T_1^4 T_2^4 + 7T_1^5 T_2^4 - 11T_1^6 T_2^4 - 2T_1^7 T_2^4 + 10T_1^8 T_2^4 - 3T_1^9 T_2^4 - 2T_1^{10} T_2^4 + 2T_2^5 - 2T_1^2 T_2^5 + \\ 2T_1^3 T_2^5 + 7T_1^4 T_2^5 - 5T_1^5 T_2^5 - 7T_1^6 T_2^5 + 18T_1^7 T_2^5 - 10T_1^8 T_2^5 - 3T_1^9 T_2^5 + 8T_1^{10} T_2^5 - 3T_1^{11} T_2^5 - 2T_2^6 - T_1 T_2^6 + \\ 2T_1^2 T_2^6 + 4T_1^3 T_2^6 - 11T_1^4 T_2^6 - 7T_1^5 T_2^6 + 24T_1^6 T_2^6 - 13T_1^7 T_2^6 - 9T_1^8 T_2^6 + 16T_1^9 T_2^6 - 6T_1^{10} T_2^6 - 3T_1^{11} T_2^6 + \\ 4T_1^{12} T_2^6 + T_1 T_2^7 + 2T_1^2 T_2^7 - 5T_1^3 T_2^7 - 2T_1^4 T_2^7 + 18T_1^5 T_2^7 - 13T_1^6 T_2^7 - 15T_1^7 T_2^7 + 29T_1^8 T_2^7 - 14T_1^9 T_2^7 - \\ 6T_1^{10} T_2^7 + 10T_1^{11} T_2^7 - 4T_1^{12} T_2^7 - 5T_1^3 T_2^8 + 10T_1^4 T_2^8 - 10T_1^5 T_2^8 - 9T_1^6 T_2^8 + 29T_1^7 T_2^8 - 25T_1^8 T_2^8 - 10T_1^9 T_2^8 + \\ 20T_1^{10} T_2^8 - 7T_1^{11} T_2^8 - 4T_1^{12} T_2^8 + 3T_1^3 T_2^9 - 3T_1^4 T_2^9 - 3T_1^5 T_2^9 + 16T_1^6 T_2^9 - 14T_1^7 T_2^9 - 10T_1^8 T_2^9 + 34T_1^9 T_2^9 - \\ 14T_1^{10} T_2^9 - 11T_1^{11} T_2^9 + 12T_1^{12} T_2^9 - 2T_1^4 T_2^{10} + 8T_1^5 T_2^{10} - 6T_1^6 T_2^{10} - 6T_1^7 T_2^{10} + 20T_1^8 T_2^{10} - 14T_1^9 T_2^{10} - \\ 2T_1^{10} T_2^{10} + 10T_1^{11} T_2^{10} - 4T_1^{12} T_2^{10} - 3T_1^5 T_2^{11} - 3T_1^6 T_2^{11} + 10T_1^7 T_2^{11} - 7T_1^8 T_2^{11} - 11T_1^9 T_2^{11} + 10T_1^{10} T_2^{11} - \\ \left. T_1^{11} T_2^{11} - 4T_1^{12} T_2^{11} + 4T_1^6 T_2^{12} - 4T_1^7 T_2^{12} - 4T_1^8 T_2^{12} + 12T_1^9 T_2^{12} - 4T_1^{10} T_2^{12} - 4T_1^{11} T_2^{12} + 4T_1^{12} T_2^{12}) \right\},$$

$$\text{Knot}[10, 155] \rightarrow \left\{ -\frac{(-1 + T - 2 T^2 + T^3) (-1 + 2 T - T^2 + T^3)}{T^3}, \right.$$

$$\frac{1}{T_1^7 T_2^6} \left(-3 + 9 T_1 - 15 T_1^2 + 21 T_1^3 - 15 T_1^4 + 9 T_1^5 - 3 T_1^6 + 9 T_2 - 21 T_1 T_2 + 27 T_1^2 T_2 - 33 T_1^3 T_2 + 3 T_1^4 T_2 + \right.$$

$$3 T_1^5 T_2 - 9 T_1^6 T_2 + 6 T_1^7 T_2 - 15 T_2^2 + 27 T_1 T_2^2 - 28 T_1^2 T_2^2 + 38 T_1^3 T_2^2 + 16 T_1^4 T_2^2 - 2 T_1^5 T_2^2 + 12 T_1^6 T_2^2 -$$

$$3 T_1^7 T_2^2 - 5 T_1^8 T_2^2 + 21 T_2^3 - 33 T_1 T_2^3 + 38 T_1^2 T_2^3 - 64 T_1^3 T_2^3 - 24 T_1^4 T_2^3 - 12 T_1^5 T_2^3 - 16 T_1^6 T_2^3 - 7 T_1^7 T_2^3 +$$

$$15 T_1^8 T_2^3 - 15 T_2^4 + 3 T_1 T_2^4 + 16 T_1^2 T_2^4 - 24 T_1^3 T_2^4 + 151 T_1^4 T_2^4 - 53 T_1^5 T_2^4 + 63 T_1^6 T_2^4 + 4 T_1^7 T_2^4 - 10 T_1^8 T_2^4 -$$

$$15 T_1^9 T_2^4 + 5 T_1^{10} T_2^4 + 9 T_2^5 + 3 T_1 T_2^5 - 2 T_1^2 T_2^5 - 12 T_1^3 T_2^5 - 53 T_1^4 T_2^5 - 91 T_1^5 T_2^5 + 29 T_1^6 T_2^5 - 48 T_1^7 T_2^5 +$$

$$8 T_1^8 T_2^5 + 23 T_1^9 T_2^5 + 3 T_1^{10} T_2^5 - 6 T_1^{11} T_2^5 - 3 T_2^6 - 9 T_1 T_2^6 + 12 T_1^2 T_2^6 - 16 T_1^3 T_2^6 + 63 T_1^4 T_2^6 + 29 T_1^5 T_2^6 +$$

$$60 T_1^6 T_2^6 - 45 T_1^7 T_2^6 + 41 T_1^8 T_2^6 - 28 T_1^9 T_2^6 - 16 T_1^{10} T_2^6 + 9 T_1^{11} T_2^6 + 3 T_1^{12} T_2^6 + 6 T_1 T_2^7 - 3 T_1^2 T_2^7 - 7 T_1^3 T_2^7 +$$

$$4 T_1^4 T_2^7 - 48 T_1^5 T_2^7 - 45 T_1^6 T_2^7 + 75 T_1^7 T_2^7 - 43 T_1^8 T_2^7 + 24 T_1^9 T_2^7 + 18 T_1^{10} T_2^7 - 3 T_1^{11} T_2^7 - 9 T_1^{12} T_2^7 -$$

$$5 T_2^8 + 15 T_1 T_2^8 - 10 T_1^2 T_2^8 + 8 T_1^3 T_2^8 + 41 T_1^4 T_2^8 - 43 T_1^5 T_2^8 - 47 T_1^6 T_2^8 + 36 T_1^7 T_2^8 - 36 T_1^8 T_2^8 -$$

$$3 T_1^9 T_2^8 + 15 T_1^{10} T_2^8 - 15 T_1^{11} T_2^8 + 23 T_1^{12} T_2^8 - 28 T_1^6 T_2^9 + 24 T_1^7 T_2^9 + 36 T_1^8 T_2^9 + 20 T_1^9 T_2^9 - 22 T_1^{10} T_2^9 +$$

$$33 T_1^{11} T_2^9 - 21 T_1^{12} T_2^9 + 5 T_1 T_2^{10} + 3 T_1^2 T_2^{10} - 16 T_1^3 T_2^{10} + 18 T_1^4 T_2^{10} - 36 T_1^5 T_2^{10} - 22 T_1^6 T_2^{10} + 24 T_1^7 T_2^{10} -$$

$$27 T_1^8 T_2^{10} + 15 T_1^9 T_2^{10} - 6 T_1^{10} T_2^{10} + 9 T_1^{11} T_2^{10} - 3 T_1^{12} T_2^{10} - 3 T_1 T_2^{11} + 33 T_1^2 T_2^{11} - 27 T_1^3 T_2^{11} + 21 T_1^4 T_2^{11} -$$

$$9 T_1^5 T_2^{11} + 3 T_1^6 T_2^{11} - 9 T_1^7 T_2^{11} + 15 T_1^8 T_2^{11} - 21 T_1^9 T_2^{11} + 15 T_1^{10} T_2^{11} - 9 T_1^{11} T_2^{11} + 3 T_1^{12} T_2^{11} \left. \right\}$$

```
In[ ]:= DunfieldKnots = ReadList["../People/Dunfield/nmd_random_knots"] /. k_Integer -> k + 1;
DK[n_] := DunfieldKnots[[n - 2]]
```

```
In[ ]:= Crossings[DK[576]]
```

Out[]:=
576

```
In[ ]:= AbsoluteTiming[Theta[DK[3]]]
```

Out[]:=
{0.0110907,
{ $\frac{1 - T + T^2}{T}, -\frac{-2 + 2 T_1 - 2 T_1^2 + 2 T_2 - T_1 T_2 + T_1^2 T_2 + T_1^3 T_2 - 2 T_2^2 + T_1 T_2^2 - T_1^3 T_2^2 + T_1 T_2^3 - T_1^2 T_2^3 + T_1^3 T_2^3}{T_1^3 T_2^2}$ }}

```
In[ ]:= AbsoluteTiming[Theta[DK[30]]];
```

Out[]:=
{2.91933, Null}

```
In[ ]:= AbsoluteTiming[Theta[DK[60]]];
```

Out[]:=
{27.4555, Null}

```
In[ ]:= AbsoluteTiming[Theta[DK[90]]];
```

Out[]:=
{227.389, Null}

```
In[ ]:= AbsoluteTiming[Theta120 = Theta[DK[120]]];
```

Out[]:=
{761.428, Null}

```
In[*]:= Put[0120, "Theta4DK120.m"]
In[*]:= AbsoluteTiming[0[DK[150]]];
Out[*]=
{2357.39, Null}
```

(during the previous computation I biked home, so the AbsoluteTiming is too much)

```
In[*]:= AbsoluteTiming[0[DK[180]]];
Out[*]=
{5391.24, Null}
```

```
In[*]:= AbsoluteTiming[0[DK[210]]];
Out[*]=
{9613.68, Null}
```

```
In[*]:= AbsoluteTiming[0[DK[240]]];
Out[*]=
{22462.4, Null}
```

```
In[*]:= AbsoluteTiming[0[DK[270]]];
```

Mathematica crashed while trying the above computation.

```
In[*]:= AbsoluteTiming[0[DK[300]]];
```

```
In[*]:= Do[Echo@AbsoluteTiming[n -> 022/7, 34/21[DK[n]]], {n, 100, 1000, 100}]
```

```
» {1.61069, 100 -> {
  35 388 936 522 490 931 938 908 923 343 364 558 590 414 632 463 375 508 742 089
  264 554 736 545 069 605 885 631 471 128 764 401 339 301 535 744
  525 106 180 586 933 014 293 865 927 609 379 271 742 972 076 277 257 025 413 914 338 499
  37 324 734 431 368 634 257 516 595 221 111 791 096 751 570 183 668 795 296 664 772 608
  50463 574 955 913 231 815 385 186 261 134 862 814 456 979 779 055 953 806 229 018 368 595 827 102 502 222 063 -
  117 299 430 053 887 387 799 738 329 099 644 807 147 011 110 057 363 /
  78 995 482 272 843 339 527 758 555 299 340 636 345 228 530 305 737 655 210 586 135 944 082 585 735 874 960 483 -
  459 404 024 632 393 880 311 552 802 816,
  1454 157 786 439 833 158 073 510 296 166 664 511 893 763 273 612 593 032 508 481 123 686 040 806 094 906 156 -
  614 995 898 652 264 094 554 239 129 456 588 617 926 009 448 561 362 411 131 681 477 750 921 092 323 392 446 -
  495 713 256 739 833 241 088 441 458 310 488 748 504 021 676 377 213 848 231 251 594 253 709 501 604 962 486 -
  232 978 740 267 199 418 705 /
  6 354 394 310 390 312 822 748 925 543 501 753 140 065 543 014 212 174 242 859 988 362 148 491 816 333 172 074 -
  897 312 311 833 360 632 039 282 660 548 484 996 262 406 692 880 258 968 176 579 330 558 485 056 729 052 432 -
  993 117 420 466 424 511 597 633 186 035 359 746 499 955 026 301 328 379 761 576 116 224 }}}
```

» {7.3406, 200 →

{ - (72 941 025 249 230 622 091 769 886 034 332 903 937 878 867 275 035 495 850 289 152 467 601 139 729 946 680 -
 691 983 449 444 238 470 173 260 899 434 879 455 547 646 677 /
 79 780 391 006 864 379 747 986 053 920 193 038 680 545 693 079 622 955 011 027 668 359 182 291 645 896 903 -
 218 461 275 510 571 008) ,
 13 469 039 288 358 770 844 889 186 746 410 419 403 949 987 382 833 567 787 469 752 570 946 087 488 964 056 464 -
 083 956 449 441 872 952 430 656 158 262 269 810 083 547 830 189 003 289 443 154 125 /
 4 240 161 130 043 882 037 823 084 995 205 726 632 691 185 572 237 933 032 456 552 833 243 815 216 744 170 971 -
 881 548 991 957 331 738 797 061 590 095 303 559 046 326 968 215 750 967 296 ,
 3 058 236 953 956 402 226 943 593 388 603 713 021 071 954 699 338 326 371 450 792 000 285 430 803 814 324 110 -
 911 806 690 348 020 780 088 584 382 124 603 092 971 693 299 841 778 094 187 288 377 810 035 496 408 283 188 -
 130 224 093 352 681 965 580 164 395 682 496 054 504 489 551 954 332 992 465 733 972 977 594 735 369 459 115 -
 633 590 163 189 798 671 672 600 349 071 866 872 120 468 309 375 /
 7 389 876 778 587 670 278 409 931 856 936 212 530 694 800 372 408 625 530 583 166 986 417 139 021 654 981 203 -
 589 910 511 227 601 136 991 125 732 955 086 827 137 765 975 954 473 403 792 833 419 463 344 119 138 486 741 -
 874 061 457 114 480 552 952 530 491 222 541 669 872 799 328 574 041 719 777 250 405 019 238 495 420 416 ,
 6 055 772 594 728 596 455 407 813 858 842 300 305 796 013 725 424 394 998 189 342 946 654 268 378 113 712 561 -
 666 514 250 963 072 635 563 646 381 893 610 078 547 194 951 520 922 176 280 055 828 977 992 790 718 440 260 -
 265 768 945 724 619 893 197 506 834 661 525 408 297 131 541 146 205 253 666 135 607 099 918 846 528 650 241 -
 665 431 626 142 217 658 708 337 497 196 938 649 312 026 701 158 028 747 303 072 493 247 553 589 721 953 615 -
 917 185 931 220 885 007 830 743 638 653 999 049 048 125 193 483 716 503 525 421 345 329 584 261 341 390 875 -
 905 831 474 490 397 967 045 567 474 649 173 307 967 130 069 663 503 481 368 684 552 829 185 853 244 925 938 -
 721 709 248 151 559 595 774 718 912 716 699 323 404 120 108 037 147 527 421 337 576 724 551 464 750 796 875 /
 1 421 817 615 970 538 122 570 446 834 523 766 760 908 222 281 779 172 226 538 184 963 226 220 605 962 435 467 -
 357 530 974 629 707 529 507 866 808 092 086 184 206 711 834 962 868 351 140 030 416 830 209 310 218 134 988 -
 084 400 322 916 305 290 967 755 527 855 236 924 726 203 319 295 186 578 690 288 248 904 894 482 820 217 219 -
 936 617 834 694 117 100 777 085 133 489 362 587 426 540 579 190 556 123 633 779 730 340 813 256 893 167 951 -
 316 991 548 797 991 645 638 090 254 721 915 664 804 963 927 625 281 349 644 642 357 197 558 649 709 884 596 -
 639 231 084 685 491 565 277 101 735 550 434 012 716 913 649 081 518 440 855 540 999 887 069 493 854 208 } }

» {75.9612, 300 →

{54 300 428 014 802 247 763 147 703 343 836 297 447 025 108 824 684 772 425 762 525 822 095 039 545 899 375 981 -
 953 473 178 602 586 048 430 534 584 880 163 873 723 541 762 115 735 883 067 341 959 560 581 371 283 178 656 -
 972 648 408 925 263 946 669 /
 6 741 838 682 197 306 940 008 962 116 848 220 280 436 936 971 437 572 995 472 014 771 688 913 708 639 211 514 -
 814 195 885 491 758 038 709 972 366 558 512 006 372 340 250 849 089 814 593 530 683 936 627 298 651 512 766 -
 464,
 1 084 128 382 249 743 436 824 663 986 171 685 150 273 646 351 713 912 937 150 171 700 202 730 323 922 010 700 -
 294 161 035 743 289 238 368 194 879 507 950 682 627 574 784 328 439 797 605 967 434 628 113 238 619 877 448 -
 933 104 349 915 804 145 167 106 117 098 828 582 214 168 974 179 /
 458 816 114 715 914 322 691 410 371 538 510 819 835 906 604 695 828 488 701 592 446 861 566 683 983 329 916 -
 364 046 021 667 534 630 113 436 786 891 827 119 466 479 256 930 424 597 743 983 452 685 367 746 981 696 618 -
 500 346 273 956 034 473 567 578 882 100 679 941 606 973 898 752,
 - (158 777 874 852 495 582 515 909 215 389 994 852 546 352 653 931 705 508 650 307 891 657 053 561 609 520 779 -
 186 320 897 348 004 451 340 565 961 074 347 535 242 136 402 407 084 832 097 701 971 876 894 887 835 991 169 -
 195 699 017 190 487 685 513 574 819 025 748 109 103 168 978 452 501 811 090 422 603 306 747 210 926 095 970 -
 770 670 185 035 477 605 544 327 410 988 587 473 792 754 126 636 018 339 393 952 001 669 899 686 164 600 864 -
 484 927 816 109 847 962 066 717 003 302 534 438 301 515 100 500 581 439 281 502 338 168 771 925 334 310 271 -
 437 341 818 561 /
 8 446 673 524 619 204 540 662 248 188 364 579 654 962 149 362 100 111 349 567 813 607 145 180 164 671 139 -
 617 365 814 596 293 558 611 877 467 632 393 708 787 160 491 479 639 500 826 381 376 300 773 027 876 197 -
 170 955 833 764 004 216 082 452 919 975 997 020 526 350 495 894 405 720 336 559 612 735 646 735 734 155 -
 554 395 961 189 410 159 575 680 771 895 729 613 390 941 354 707 084 783 892 152 666 711 430 746 078 787 -
 591 302 278 416 571 017 951 710 864 634 193 356 469 295 526 911 091 658 361 659 195 392) ,
 18 267 294 984 445 168 155 046 576 353 463 780 735 540 448 234 082 714 846 620 078 155 976 669 475 901 352 746 -
 098 193 457 352 610 115 859 435 751 338 872 237 148 238 350 686 530 827 020 597 024 477 260 230 740 538 234 -
 788 002 009 488 799 540 521 620 513 820 014 385 840 232 650 698 980 381 492 313 112 858 139 063 484 996 599 -
 660 342 084 969 540 400 047 931 012 881 225 913 037 243 022 975 314 578 955 418 312 423 110 067 410 102 308 -
 203 222 178 716 171 624 677 558 101 221 316 962 388 419 449 975 779 539 865 202 101 208 847 351 271 826 919 -
 102 033 166 250 839 112 189 913 017 221 627 005 517 916 464 579 229 978 313 267 980 074 106 644 257 858 176 -
 860 579 973 599 719 587 086 349 202 628 238 664 263 258 866 511 645 285 928 578 241 196 097 680 767 195 970 -
 338 858 717 279 468 626 110 298 596 191 633 951 851 326 907 057 553 139 873 414 578 530 061 909 521 632 578 -
 701 054 309 350 868 142 876 000 022 786 223 273 250 135 808 235 144 205 291 819 422 022 625 878 799 905 049 -
 778 320 869 954 928 090 483 199 781 836 662 311 938 155 990 285 824 583 920 282 583 580 500 742 623 185 712 -
 490 127 /
 2 554 133 609 959 922 694 212 678 040 632 108 803 122 842 656 447 238 480 511 907 100 029 834 511 490 168 481 -
 108 334 783 145 139 483 332 438 424 140 465 189 899 178 884 067 006 398 760 029 980 956 625 084 773 570 710 -
 732 990 382 531 185 761 114 640 476 878 518 110 459 151 907 320 149 077 266 962 373 799 634 111 523 277 903 -
 539 894 865 500 843 219 535 258 007 008 923 559 739 949 600 096 421 657 385 526 904 194 512 562 439 816 121 -
 897 186 066 235 588 747 618 995 688 723 765 661 004 192 138 610 318 942 873 057 128 017 048 872 941 804 488 -
 275 737 225 117 955 586 233 695 998 607 285 865 404 925 454 020 535 492 694 844 010 681 182 521 409 847 580 -
 486 638 138 605 094 727 604 847 710 341 990 466 799 876 175 820 021 806 743 415 218 013 640 262 156 334 313 -
 440 579 440 178 924 226 185 403 907 402 012 141 180 223 884 556 721 524 146 608 116 913 919 770 162 810 830 -
 326 046 518 126 011 915 766 153 855 051 675 726 286 264 201 523 286 420 106 365 736 622 943 330 937 775 721 -
 685 362 986 412 594 129 012 768 374 784 } }

» {222.572, 400 →

{10 390 301 069 579 147 440 216 625 814 211 574 210 081 535 970 733 273 957 916 777 195 263 724 555 615 030 465 -
 143 212 866 534 392 137 861 419 824 401 620 917 406 114 488 980 124 166 636 624 059 620 808 843 344 634 105 -
 153 241 264 151 018 831 043 772 228 406 692 057 377 253 475 008 272 208 335 171 747 691 097 593 709 019 /
 85 949 707 558 396 635 947 995 564 009 273 403 137 565 514 859 979 696 706 177 504 592 826 253 650 656 480 282 -

837 484 843 573 991 383 320 022 574 047 492 320 272 365 654 650 207 776 107 851 569 848 401 313 149 304 971 -
056 597 649 561 651 674 181 926 687 988 929 474 691 334 144 ,
- (83 160 462 470 269 684 175 614 747 572 482 860 568 785 805 308 490 834 374 306 883 195 153 496 184 297 446 -
441 572 015 670 441 816 488 799 620 842 166 420 366 301 883 881 013 263 699 563 508 832 959 895 822 315 045 -
789 582 138 016 608 137 234 324 065 481 021 748 400 367 199 143 225 297 335 350 412 777 975 994 236 330 449 -
843 207 278 381 224 869 576 689 778 835 /
12 797 043 848 055 650 601 298 281 656 017 241 040 661 803 215 715 424 163 863 157 083 392 370 542 939 446 -
307 127 429 159 862 354 283 206 682 896 207 983 081 120 685 607 614 091 489 603 707 998 421 323 176 436 -
750 697 822 017 496 308 057 142 607 308 628 506 837 508 920 315 966 100 022 549 650 838 223 702 173 855 -
166 090 055 369 566 283 470 604 764 971 008) ,
131 596 636 658 573 231 866 196 275 369 430 051 279 181 323 608 038 004 435 318 335 321 951 510 829 571 063 235 -
730 570 124 293 948 000 888 123 387 487 048 090 438 635 725 975 284 280 665 071 213 083 858 289 096 609 884 -
372 542 125 325 991 448 863 896 644 402 280 149 245 160 492 314 833 662 319 211 942 243 675 925 276 954 530 -
814 640 364 863 254 676 964 893 945 360 386 320 883 217 401 191 641 735 546 288 817 882 270 621 812 360 832 -
365 928 264 435 609 172 443 111 742 206 180 015 656 329 056 196 924 770 799 681 064 505 381 361 872 888 385 -
950 467 497 283 915 529 804 235 535 150 309 782 388 918 130 744 924 897 012 010 451 592 968 586 642 679 691 -
221 634 805 181 948 731 038 150 231 136 665 950 660 615 147 404 095 /
31 536 395 200 374 921 076 591 000 034 485 612 252 882 405 526 598 289 807 221 359 914 476 940 181 480 822 442 -
217 681 586 395 747 388 472 283 711 680 044 584 274 606 720 085 065 641 326 612 818 497 467 893 092 919 734 -
481 613 803 795 103 387 295 056 295 384 289 471 926 696 813 569 395 068 928 557 955 301 767 222 629 753 829 -
090 418 296 487 167 629 897 722 025 704 403 001 165 208 604 306 340 896 006 885 188 171 790 630 822 573 468 -
822 668 206 694 044 385 331 685 988 954 530 157 118 464 039 408 783 595 639 121 565 534 429 433 586 066 398 -
766 400 241 108 532 244 806 291 848 623 704 107 770 473 391 635 935 490 979 034 787 854 254 342 144 ,
- (16 100 392 978 502 135 262 574 525 695 898 547 699 495 323 544 620 897 268 958 245 440 797 743 085 517 004 -
086 447 198 889 415 893 774 398 562 623 618 712 886 486 927 901 446 121 500 008 484 137 124 301 499 011 130 -
115 491 016 971 688 076 573 742 136 081 049 699 287 616 509 476 929 560 337 144 774 759 483 198 988 207 340 -
476 622 258 529 427 525 196 572 790 495 503 915 957 283 491 121 712 336 048 950 198 261 901 589 443 020 284 -
516 651 048 023 666 891 525 077 040 684 032 499 533 490 211 691 552 700 217 326 831 066 875 897 786 645 049 -
279 433 739 960 188 468 048 807 462 705 578 773 671 389 712 676 393 161 822 235 857 200 680 462 434 004 620 -
621 146 223 419 489 449 575 059 603 653 363 784 748 536 291 954 273 740 276 446 585 425 779 676 801 289 815 -
222 239 400 368 492 331 481 870 737 239 055 131 916 698 165 287 226 181 325 213 875 743 696 184 494 744 782 -
116 440 806 125 864 387 719 702 434 616 715 003 154 334 793 379 474 188 811 909 768 660 109 318 387 261 368 -
099 249 434 191 625 318 231 542 906 771 553 294 949 611 364 371 205 246 332 870 704 634 621 144 056 682 397 -
231 652 319 327 352 407 544 270 889 082 301 149 183 119 649 455 782 318 623 451 644 335 530 584 494 582 036 -
955 284 655 252 055 888 902 872 346 011 248 103 344 716 940 146 819 308 763 664 658 367 727 997 573 540 283 -
208 875 658 400 346 311 532 653 721 803 219 544 558 669 086 896 873 443 198 023 972 687 531 628 497 867 341 -
207 244 595 /
55 383 681 375 668 703 087 883 236 765 376 360 601 786 596 967 365 055 591 477 807 012 051 186 358 547 741 -
847 445 468 308 340 425 324 040 673 429 620 390 895 798 374 305 616 308 874 938 563 404 648 083 307 887 -
147 621 452 195 060 634 760 872 085 723 129 422 788 913 419 538 346 639 868 354 782 728 124 038 251 850 -
589 802 880 912 376 924 860 335 009 550 617 308 945 047 449 690 625 475 230 452 984 674 722 777 405 363 -
266 105 765 506 541 106 276 685 945 601 921 219 503 336 395 564 730 227 842 733 615 223 239 959 588 196 -
500 476 363 867 480 861 561 088 761 504 253 361 557 771 687 445 979 953 694 885 783 284 232 972 017 534 -
644 971 413 010 584 479 091 003 383 878 390 535 317 642 485 230 768 472 547 379 528 058 642 020 782 663 -
195 394 339 650 229 331 417 492 273 217 087 005 371 551 198 582 388 470 996 727 057 077 008 256 526 088 -
847 561 653 809 289 305 487 340 525 637 616 741 689 346 076 106 936 057 140 342 603 929 108 361 208 633 -
626 385 303 874 645 353 023 485 907 763 875 867 996 778 819 555 325 078 562 786 620 021 129 327 530 031 -
238 515 681 727 038 413 697 067 123 314 130 576 688 688 349 183 709 857 082 043 629 335 668 113 827 838 -
094 979 030 648 952 607 716 564 830 248 404 465 535 101 336 157 600 611 322 243 316 891 617 387 509 595 -
219 589 925 105 346 218 070 900 736) } }

» {578.048, 500 →
{- (114 369 983 456 093 002 266 854 837 770 212 926 688 582 865 250 400 969 480 980 895 079 101 345 082 550 301 -

918 508 328 403 392 590 400 490 546 668 790 935 340 754 953 056 862 364 097 774 058 934 033 932 289 361 546 -
094 261 328 481 299 402 814 239 291 052 488 999 291 446 648 248 614 940 157 605 821 817 666 953 221 925 726 -
865 088 725 917 438 973 927 918 464 850 055 396 590 169 349 /
19 025 887 719 662 807 391 042 404 033 128 328 554 071 794 926 776 338 676 867 496 773 421 512 871 322 924 -
588 923 417 615 840 194 062 696 121 777 423 829 720 347 558 058 311 716 057 214 521 874 493 815 635 324 -
420 052 534 583 306 210 507 802 466 130 662 812 350 920 908 634 088 766 850 173 777 183 474 431 331 137 -
149 445 918 126 521 989 061 410 816) ,
- (7 227 263 617 176 004 620 362 950 528 073 625 123 110 043 649 073 001 293 133 241 726 422 626 128 489 186 676 -
383 100 953 837 191 835 654 063 402 405 928 931 687 363 159 134 259 081 568 412 459 175 111 941 510 920 163 -
084 711 490 846 052 396 054 723 472 404 162 955 570 397 493 804 962 685 332 975 338 428 698 070 718 526 382 -
122 449 527 627 159 980 373 039 106 036 483 928 728 934 252 544 910 054 871 986 600 770 426 471 875 304 825 /
5 840 997 754 312 111 181 700 874 353 000 431 859 382 922 372 401 819 656 350 757 351 332 206 369 161 863 -
474 145 932 236 389 299 599 497 893 479 702 779 592 533 068 540 287 578 445 094 105 952 200 446 884 492 -
372 667 614 508 145 113 862 325 075 531 597 684 259 523 469 187 292 326 088 982 239 698 620 789 638 311 -
844 440 523 172 409 812 447 760 968 337 563 224 537 469 504 826 317 568 578 275 135 082 248 019 121 285 -
768 888 851 628 032) ,
- (3 749 495 603 343 717 097 001 966 064 120 463 323 115 820 755 134 625 104 850 289 762 546 052 613 078 631 992 -
219 127 047 068 746 669 531 452 123 232 862 036 752 425 630 917 161 519 072 715 276 485 021 902 087 937 277 -
483 875 389 534 015 119 338 741 629 477 560 783 934 986 497 778 721 262 086 459 704 740 444 390 176 662 860 -
328 250 315 505 272 800 475 211 703 434 931 704 815 422 266 513 330 789 086 884 146 978 902 113 224 192 075 -
318 065 258 278 821 057 596 189 594 703 134 797 622 302 046 277 761 448 194 319 727 812 913 817 680 786 230 -
474 309 655 235 208 913 127 269 828 862 926 860 286 046 395 438 104 884 456 997 405 698 140 213 415 724 374 -
648 520 524 065 434 763 156 622 146 971 249 725 985 075 076 111 447 243 115 843 767 937 109 012 726 433 307 -
420 555 655 203 293 617 784 611 309 868 643 502 182 154 559 808 676 666 542 601 171 362 881 637 117 491 320 -
146 086 325 /
109 481 264 526 368 921 102 761 025 666 563 103 661 097 738 114 751 722 318 673 322 722 296 624 166 891 275 -
396 030 957 521 386 473 984 481 770 412 750 307 480 534 162 908 024 951 304 137 508 271 484 673 290 598 -
221 778 481 504 531 937 786 777 633 625 603 602 646 585 194 061 385 748 147 278 001 094 810 336 642 754 -
119 893 566 218 686 469 171 113 328 184 075 729 205 116 659 644 440 287 025 790 693 529 543 676 914 299 -
568 966 850 167 761 716 997 562 993 266 813 633 868 821 867 550 142 222 166 488 221 300 566 160 661 680 -
720 974 913 786 376 014 657 403 692 931 887 753 963 227 501 803 532 431 454 435 254 229 085 917 377 909 -
708 412 770 301 504 668 386 673 193 149 412 376 210 284 400 902 465 434 391 870 270 329 385 206 415 964 -
314 151 475 863 076 621 140 953 384 183 819 214 169 842 225 221 732 401 152) ,
13 701 546 834 114 123 245 512 536 430 111 852 433 141 719 618 338 942 049 512 722 731 732 605 552 289 910 436 -
125 637 664 671 513 525 966 909 378 871 699 018 795 337 235 249 692 048 925 016 396 906 971 932 287 036 917 -
620 122 532 105 519 925 220 340 585 543 207 524 422 452 666 982 887 343 616 206 402 104 095 112 883 189 625 -
626 643 996 791 733 082 455 534 891 745 739 767 417 418 027 915 731 941 261 693 155 178 108 006 229 795 052 -
197 042 390 117 715 524 733 119 409 187 654 979 741 591 970 679 509 591 586 415 067 925 075 158 476 185 515 -
073 793 526 278 600 854 995 917 693 063 325 801 072 798 269 180 038 191 391 600 567 480 382 124 994 482 461 -
375 770 430 961 428 141 082 576 629 321 932 151 134 724 423 419 754 493 333 970 453 390 330 328 614 027 430 -
696 384 673 841 879 692 454 817 119 611 030 351 719 119 675 892 139 019 726 767 115 907 413 272 829 578 655 -
235 195 736 635 439 078 240 772 134 047 248 711 646 656 401 552 923 352 804 928 999 877 916 531 669 790 798 -
573 389 464 556 571 294 870 708 311 765 118 776 007 256 982 010 040 639 628 280 359 360 686 407 069 077 209 -
850 505 317 691 518 553 152 866 900 844 178 880 114 524 357 774 058 545 758 421 236 004 380 025 823 593 831 -
072 320 262 212 351 772 403 055 551 593 315 247 827 702 479 289 181 952 995 212 931 830 102 355 394 742 799 -
208 943 076 784 886 691 520 824 621 295 858 384 965 386 315 320 696 185 626 030 662 389 924 131 450 743 807 -
471 598 251 754 754 033 805 928 166 542 272 044 630 489 602 201 913 627 185 793 322 979 915 648 538 942 624 -
916 585 189 170 859 318 978 520 989 363 825 551 366 117 516 975 602 010 653 563 370 311 935 020 648 995 731 -
463 290 452 508 646 631 300 843 515 958 269 494 930 510 175 116 503 424 282 026 951 088 375 /
541 036 024 559 187 780 081 847 707 154 175 861 690 034 138 804 058 443 732 584 703 418 978 395 532 790 844 -
720 879 822 801 857 452 229 855 222 659 330 395 292 420 575 522 275 168 013 824 267 380 733 676 410 465 654 -



684 533 647 008 188 840 942 973 028 109 500 039 228 701 691 644 266 473 418 298 983 319 589 553 318 391 461 -
338 422 319 748 961 556 517 659 937 600 867 931 376 133 712 460 600 539 671 856 191 086 002 191 996 727 501 -
123 991 445 596 242 779 947 500 747 357 411 764 761 060 102 343 437 454 383 792 100 260 516 662 222 763 257 -
295 619 858 082 730 464 855 068 682 664 546 330 555 997 242 710 019 748 337 523 080 347 133 237 539 559 983 -
911 406 183 972 008 788 243 885 704 547 766 183 256 791 741 394 408 366 197 890 986 115 667 673 780 800 642 -
457 113 356 113 389 152 396 609 974 990 771 030 667 114 139 844 716 792 896 370 370 980 068 653 458 028 709 -
365 301 058 693 151 175 941 854 570 925 719 989 827 958 740 991 986 422 632 247 931 179 903 715 097 636 972 -
116 686 289 732 504 785 201 560 022 237 241 094 446 942 108 247 903 536 053 434 700 600 100 149 630 435 650 -
455 844 023 874 356 200 712 906 455 236 193 681 482 390 048 594 865 278 361 722 822 789 807 958 651 921 566 -
603 226 520 754 334 577 879 183 063 317 995 624 125 968 021 716 225 787 197 151 164 125 875 963 717 706 018 -
753 848 436 170 578 314 308 033 953 503 865 389 267 890 487 802 835 410 943 369 798 798 426 579 691 610 826 -
849 064 085 201 321 232 634 204 542 062 603 260 915 474 474 849 554 146 073 231 048 252 412 170 366 918 359 -
856 999 155 591 282 841 993 780 463 690 642 882 769 394 012 283 090 486 962 914 683 664 166 027 264 }

Out[]:=

\$Aborted

In[]:= Do[Echo@AbsoluteTiming[n -> e_{22/7, 34/21} [DK[n]]], {n, 600, 1000, 100}]

» {2440.86, 600 ->

{621 235 263 657 677 250 471 700 894 219 073 724 072 769 574 486 092 925 860 280 064 707 876 625 642 410 650 216 -
357 880 547 901 393 959 395 856 810 346 009 247 173 774 436 092 655 419 010 601 722 489 385 644 576 964 481 -
177 439 921 753 660 099 025 377 464 064 569 352 746 157 960 225 112 457 772 595 403 039 571 910 391 031 772 -
500 779 893 329 822 505 049 504 961 441 186 558 479 834 512 324 431 492 538 273 924 662 012 757 766 162 026 -
496 569 015 087 494 323 075 382 604 947 /
96 996 414 309 238 416 149 563 012 142 994 054 948 356 261 666 047 494 553 431 487 345 428 807 415 188 985 590 -
263 400 527 944 215 263 915 994 576 016 978 273 658 557 092 253 731 564 581 964 379 768 874 791 194 747 641 -
371 957 270 987 540 112 111 254 578 502 673 293 948 930 069 904 094 538 286 981 560 153 567 179 192 745 348 -
211 411 447 923 885 536 970 999 884 881 154 917 875 943 753 437 005 555 433 472,
- (8 317 455 387 598 604 111 012 071 463 198 034 606 359 049 374 699 919 278 853 997 344 679 255 173 972 130 095 -
742 965 402 644 946 984 143 678 045 796 948 042 280 612 041 183 851 154 065 658 542 686 664 877 129 271 525 -
615 312 724 868 168 933 385 181 449 935 442 646 237 786 145 993 416 360 530 333 963 005 064 334 820 524 225 -
082 306 515 601 955 340 746 815 256 592 711 471 893 968 567 390 127 696 035 615 003 466 452 295 828 151 345 -
757 570 880 639 402 102 805 880 003 547 661 377 250 611 492 140 601 720 349 678 497 507 167 384 275 /
572 832 997 620 945 403 284 458 259 970 699 672 731 910 804 645 600 139 808 988 076 284 109 869 763 834 949 -
498 723 676 070 296 777 342 171 535 469 589 630 697 885 461 144 611 859 649 186 436 383 294 460 836 250 -
565 741 018 542 941 025 943 684 131 875 156 591 075 879 112 733 897 348 909 479 558 685 126 252 020 799 -
875 770 715 994 377 696 653 464 589 194 427 546 801 374 532 984 725 176 733 652 431 561 337 355 323 373 -
934 758 410 360 269 223 116 773 355 919 501 340 235 755 162 657 328 454 566 602 608 683 676 551 480 344 -
576),
559 664 610 546 633 902 942 256 363 592 248 384 309 922 676 118 522 819 219 282 647 259 273 155 039 286 583 817 -
288 414 534 144 796 417 772 620 607 451 751 610 407 692 370 868 129 276 633 077 284 697 022 381 696 656 862 -
212 086 093 549 608 102 417 019 467 813 855 828 939 187 088 084 185 870 874 002 336 708 846 520 209 380 878 -
519 616 843 514 634 212 225 329 146 281 297 504 070 680 363 153 518 893 321 089 441 788 124 238 135 410 449 -
358 149 257 729 787 890 096 443 727 423 932 920 700 740 188 108 070 159 346 301 146 876 895 454 699 126 518 -
511 955 775 010 108 161 741 302 085 755 413 787 822 668 422 134 467 894 574 536 212 455 347 997 473 462 480 -
808 443 395 148 569 392 066 591 659 727 663 648 637 703 781 000 307 800 341 850 123 619 525 722 385 274 807 -
589 020 106 940 942 872 255 872 721 266 674 938 061 202 880 836 785 495 482 109 760 019 934 265 305 577 694 -
666 657 315 016 193 173 933 043 962 736 524 357 523 607 234 002 024 454 945 360 152 386 600 286 992 314 228 -
228 505 207 891 176 498 535 775 275 097 239 137 332 903 118 750 268 121 184 818 407 983 345 075 /
1 431 841 081 447 461 489 364 729 514 239 924 731 282 023 010 377 281 626 505 075 150 474 956 986 538 227 854 -
163 755 148 031 526 637 423 442 524 477 786 148 847 498 542 990 624 761 405 687 918 595 722 792 892 787 610 -

400 857 377 443 416 554 882 256 099 016 924 206 197 618 106 824 560 367 210 485 444 432 698 794 408 057 071 -
478 108 195 379 980 954 704 501 623 910 478 018 895 618 844 642 264 241 307 153 385 869 567 810 436 377 216 -
812 169 404 070 518 774 012 866 864 828 411 130 487 247 602 132 782 530 137 575 145 752 297 187 090 790 222 -
746 366 948 188 846 569 833 314 606 596 766 284 897 515 490 679 802 371 078 209 498 733 449 227 291 371 945 -
784 452 686 089 136 587 272 139 040 662 071 172 617 784 801 333 767 922 045 682 243 783 902 395 970 353 493 -
857 670 223 792 967 737 034 578 473 166 447 549 687 962 596 395 132 704 972 203 258 022 115 149 141 425 088 -
539 681 198 670 544 251 804 616 578 387 721 119 457 418 769 886 955 964 750 364 672 ,
- (87 179 205 533 295 997 583 850 564 763 525 468 213 403 378 015 643 664 692 297 681 383 254 159 240 819 346 -
223 220 869 552 612 818 208 698 785 627 178 059 921 429 558 775 515 457 374 629 513 492 113 900 084 174 794 -
708 995 593 937 157 575 555 445 400 034 382 771 948 980 204 647 423 285 118 776 243 629 839 488 070 656 094 -
384 402 301 406 534 667 598 482 338 881 147 742 551 988 389 178 880 452 054 247 596 973 336 903 036 071 779 -
966 927 915 610 710 234 779 058 819 219 368 680 439 369 021 717 167 816 846 532 105 154 584 927 203 336 567 -
945 153 737 433 552 262 224 469 174 359 300 859 268 785 453 404 080 526 900 725 812 043 414 974 331 833 848 -
465 914 279 083 311 881 742 659 465 985 436 219 551 774 891 174 118 883 631 153 239 836 124 256 706 517 584 -
957 128 595 257 441 641 669 992 102 837 272 641 352 957 774 035 457 688 273 047 711 061 491 285 323 065 367 -
666 008 670 061 013 640 478 985 056 342 768 160 232 866 595 117 835 217 326 460 814 620 313 522 450 873 410 -
112 909 844 010 204 618 215 417 299 395 145 120 553 555 849 145 030 536 348 242 907 144 217 941 470 795 058 -
401 834 989 496 213 787 439 781 769 319 261 899 592 106 875 936 789 155 208 230 161 477 477 881 060 497 271 -
407 815 257 543 473 118 000 437 821 353 632 424 538 860 037 031 655 874 723 133 639 600 742 672 513 393 383 -
299 126 165 865 042 820 732 053 800 539 345 066 087 968 499 321 723 691 601 958 473 863 869 859 208 838 361 -
570 599 299 591 885 967 706 253 252 984 914 175 051 768 132 035 144 749 610 042 794 395 449 118 203 669 523 -
222 624 137 177 934 029 598 314 909 415 205 661 258 533 854 751 510 433 393 332 634 502 608 483 321 759 048 -
896 279 456 482 925 227 527 593 114 866 663 865 759 562 491 158 207 187 403 194 163 632 798 518 022 547 695 -
177 286 255 908 295 845 800 333 662 482 231 235 012 249 905 843 610 917 477 800 043 230 988 770 881 895 744 -
194 010 627 975 428 911 844 594 899 690 089 148 056 145 222 820 547 556 941 847 592 371 029 677 161 043 195 -
410 277 409 158 435 029 764 605 713 862 841 630 998 864 972 246 759 496 099 972 039 115 842 517 841 341 394 -
057 150 202 366 286 340 605 812 662 732 775 /
185 404 208 761 330 292 540 577 090 817 486 963 321 420 022 287 305 815 768 158 409 726 211 552 471 304 239 -
546 210 735 383 660 606 919 290 360 727 665 047 532 067 986 503 884 917 970 421 631 894 868 397 286 616 -
131 257 408 231 538 442 419 826 737 068 461 388 963 274 368 792 394 336 667 433 172 285 561 070 306 622 -
099 795 255 432 180 042 427 585 212 755 226 341 040 025 938 856 094 504 646 237 050 258 411 498 635 346 -
480 569 001 608 790 762 036 483 845 397 966 117 604 085 781 473 349 253 451 500 082 144 404 919 279 729 -
191 947 083 774 086 174 586 947 840 391 652 283 178 875 550 308 251 458 906 810 751 076 057 710 029 387 -
206 613 294 732 372 448 251 690 537 034 408 057 065 520 754 522 453 324 054 773 233 401 920 667 652 905 -
482 218 058 820 651 557 499 499 691 857 185 676 782 082 967 351 706 235 848 891 563 204 463 937 436 131 -
920 948 399 887 688 123 348 741 863 537 378 792 624 525 501 798 858 931 444 070 928 467 065 788 019 681 -
049 265 076 213 886 771 077 096 820 660 749 372 052 263 419 820 854 191 658 058 744 502 960 352 031 649 -
402 742 275 698 483 086 609 268 981 645 471 838 169 571 780 777 176 473 468 808 802 384 499 178 025 763 -
527 992 144 871 855 295 722 257 761 138 312 296 767 858 213 537 600 582 169 384 068 969 698 728 894 739 -
533 860 001 904 468 135 552 203 065 870 625 548 168 870 094 780 901 052 439 437 894 312 214 579 526 962 -
114 565 372 803 310 200 796 306 639 380 287 779 310 469 590 948 612 495 110 041 213 008 714 197 472 978 -
531 952 756 588 376 903 133 231 822 994 730 315 306 488 152 044 637 975 774 392 211 498 576 655 867 624 -
626 140 174 397 010 379 888 709 024 198 205 974 272 689 721 905 044 466 958 887 432 353 514 786 802 098 -
536 258 401 576 905 380 706 658 374 331 884 028 395 958 071 654 418 670 595 989 244 268 954 458 163 260 -
763 763 215 222 657 943 901 802 250 929 818 606 722 117 865 866 456 400 039 702 368 153 611 574 672 228 -
168 013 801 586 688) } }

»