

21/11/96 מציג מיוזם גמולות זיכרון

השאלה: ראה

1. פתור: +

1. $xy' + y = e^x$ \rightarrow $0 = x(\sin y - \sin x)dx + x^2 \cos y dy$

2. קבוצת משל הקוים לעילן ה משוואה זיכרון
הכלול מסדר ראשון, מסדר סדרה ϕ ה פונקציה

- 1. נסח/א - המשל
- 2. הפתור א - סדרה פונקציה ϕ
- 3. הוכיח/א שהסדרה ϕ מובנת
- פונקציה ϕ פשוטה, קבוצה לווה.

3. מהו טיב אוילר? הוכיח/א שהטענה תקימה
גילג אוילר הוא מסדר (h^2)

4. אבגור/א - המשוואה
 $\frac{dx}{dt} = y$
 $\frac{dy}{dt} = -2x - 2y$

על מנת התחלה $x(0)=1$ $y(0)=-1$

5. אבגור/א - פתור (הוכיח/א שהמשוואה)

5. אבגור/א - פתור (הוכיח/א שהמשוואה)
 $0 = y'' + x(1+2x)y' - 8xy$

7. מציג/א פתור (משוואה) המשוואה
המשוואה $y'' + 2y' - 8y = 0$

$\frac{1}{x^2+1} + \frac{1}{x^2+1} + \frac{1}{x^2+1} + \dots$

~~$\frac{1}{x^2+1} + \frac{1}{x^2+1} + \frac{1}{x^2+1} + \dots$~~

\rightarrow

$$y'' + \frac{1}{x^2+1} y = 0$$

\rightarrow

$$w(b) = y'(b)$$

1997 7661 6 10/11 1997

1. 1997 7661 6 10/11 1997

2. 1996 7661 6 10/11 1996

1997

מספרים קבועים $y'' + Q(x)y = 0$ $Q(x) \rightarrow 0$ כ- $x \rightarrow \infty$

התנאי $\int_A^\infty Q(x) dx < \infty$ $Q(x) \rightarrow 0$ כ- $x \rightarrow \infty$

התנאי $\int_A^\infty xQ(x) dx < \infty$ $Q(x) \rightarrow 0$ כ- $x \rightarrow \infty$

$\lim y(x) = \lim \frac{y(x)}{x} = K$ $Q(x) \rightarrow 0$

$y'' + \frac{1}{x^2}y = 0$ $y'' + \frac{1}{x^3}y = 0$; $y'' + \frac{1}{x}y = 0$ $Q(x) \rightarrow 0$

$y'' + \frac{1}{x}y' + y = 0$ $Q(x) \rightarrow 0$ $Q(x) \rightarrow 0$ כ- $x \rightarrow \infty$

$v'' + (1 + \frac{1}{4x^2})v = 0$ $Q(x) \rightarrow 0$ $Q(x) \rightarrow 0$ כ- $x \rightarrow \infty$

(התנאי $\int_A^\infty Q(x) dx < \infty$ $Q(x) \rightarrow 0$)

התנאי $\int_A^\infty xQ(x) dx < \infty$ $Q(x) \rightarrow 0$

התנאי $\int_A^\infty Q(x) dx < \infty$ $Q(x) \rightarrow 0$

$y'' + \frac{1}{x}y' + \frac{1}{x^3}y = 0$ $Q(x) \rightarrow 0$ $Q(x) \rightarrow 0$ כ- $x \rightarrow \infty$

$y = v \cdot \mu$ $z = \phi(x)$

התנאי $\int_A^\infty Q(x) dx < \infty$ $Q(x) \rightarrow 0$

התנאי $\int_A^\infty Q(x) dx < \infty$ $Q(x) \rightarrow 0$

$v'' + (1 + \frac{1}{4x^2})v = 0$ $Q(x) \rightarrow 0$ $Q(x) \rightarrow 0$ כ- $x \rightarrow \infty$

מרחב פולינומים P_n ④
 פונקציה f ⑤
 ϕ_n ③

$|\phi_n(x) - f(x)| \leq \frac{M K^{n+1}}{n!} |x - x_0|^n$ ③

$n=1$ ②
 עבור n ⑤
 נוסחה: ③

$x_{n+1} = x_n + h$ ③ ④
 $y_{n+1} = y_n + hF(x_n, y_n)$

מרחב פולינומים

מרחב פולינומים ④ ⑤

Setup ③

$y' = f(x, y)$ ②

w', w ②

$y' = f(x, y)$ ④

$y' = f(x, y)$ ①

$y'' + \frac{1}{x^2} y' = 0$ ③ ⑤

משוואות דיפרנציאליות לתלפיות

מועד ב, סתיו 1996/7.

משך הבחינה: שעתיים.
 חומר עזר מותר: דף נוסחאות בגודל של עמוד פוליו בודד, כתוב משני הצדדים.
 טבלת אינטגרלים מכל מקור שהוא, ובלבד שלא תכיל נוסחאות אחרות.
 מחשבון.

פתור/פתרי 4 מתוך 5 השאלות הבאות. השאלות שוות בערך.

שאלה 1: פתור/י את המשוואות הבאות (פתרון כללי):

א. $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = \frac{y^2}{x}$

ב. $(x + 2y + 3)dx + (2x + 4y - 1)dy = 0$ (רמז: לאחר הזזת המשוואה הופכת להיות משוואה הומוגנית).

שאלה 2: תהי $q: R \rightarrow R$ פונקציה רציפה וחסומה. הוכחי/י שלמשוואה הדיפרנציאלית $\frac{dy}{dx} = q(x)y$ עם תנאי ההתחלה $y(x_0) = y_0$ יש פתרון $y: R \rightarrow R$ המוגדר על כל הישר הממשי, לכל ערך של x_0 ושל y_0 . מותר ורצוי להשתמש במשפט הקיום לפתרונות של משוואות דיפרנציאליות שהוכח בכיתה, אולם אם עושים זאת, יש לצטטו במדויק.

שאלה 3:

א. פתור/י את המערכת
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 7x + 9y \\ \frac{dy}{dt} = -4x - 5y \end{cases}$$
 עם תנאי ההתחלה $x(0) = 1$ וכן $y(0) = -1$.

ב. צייר/י את פרופיל הפאזה של המערכת.

שאלה 4:

א. הראה/י שהנקודה $x = 0$ היא נקודה סינגולרית רגולרית עבור המשוואה $x^2 y'' + xy' - (9 - 3x^2)y = 0$.

ב. מצא/י פתרון כלשהו (מספיק אחד, אך לא פתרון ה-10!) של המשוואה שהוא טור חזקות מהצורה $x^r \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ עם $a_0 = 1$ (את r עליך לנחש/למצוא).

שאלה 5:

א. האם הפתרונות של המשוואה $y'' + \frac{1}{x^2 + 1}y = 0$ הם תנודתיים ב- ∞ או לא? מדוע? צטט/י במדויק כל משפט בו את/ה משתמש/ת.

ב. הער/י את המרחק בין שני אפסים עוקבים של פתרון המשוואה הנ"ל בסביבת $x = e^{1997}$.

בהצלחה!