

יריעות תלת ממדיות

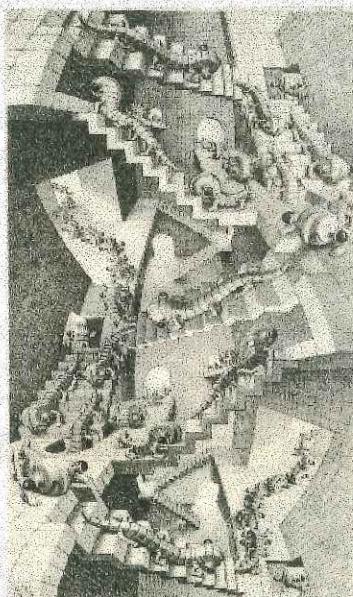
האוניברסיטה העברית, אביב 1998

מספר הקורס : 80925

המרצה : דרור בר-נון, אינשטיין 309, 02-658-4187, drorbn@math.huji.ac.il
שעות קבלה : בימי חמישי, ע"פ תיאום מראש. יתכן שתקבענה שעות קבועות בהמשך.
שעות הקורס : ימי שלישי 00:16-14, ספרינצק 28.

נושאים : (תכנית אופטימית)

1. יריעות תלת-ממדיות, השערת Poincare, מהלכי Kirby, מעט על הומולוגיה.
2. הפולינום של Alexander-Conway והשמורה של Casson.
3. שמורות מטיפוס סופי של קשרים.
4. Garoufalidis and Ohtsuki ו-Ohtsuki שמרות מטיפוס סופי של יריעות תלת ממדיות, ע"פ Kontsevich ו-Chern-Simons.
5. חומר רקע : אלגבראות Lie, אלגבראות Hopf, קישורים, הולונומיה, קישוריים שטוחים.
6. האינטגרל של Feynman ו-Diagrammatic basics.
7. תורת Chern-Simons Bar-Natan, Garoufalidis, Rozansky and Thurston Aarhus ע"פ Kontsevich ו-Chern-Simons.
8. אינטגרל TQFT, LMO ו-TQFT, ועוד דברים שהייתי שמח ללמידה.
9. השמורה של TQFT, LMO ו-TQFT, ועוד דברים שהייתי שמח ללמידה.



M.C. Escher,
House of
Stairs

החיים ביריעה
תלת ממדית
 \mathbb{R}^3
שאיינה

ודיקן :

בנית שבון עם 120 תאים, מייצגת את הרכסוי האוונירטלי של המרכיב הדודקדרוני של Poincare, שהוא דוגמא נדירה לשיטת פישטוטה. http://www.geom.umn.edu/graphics/pix/General_Interest/Digital_Art/sullivan-120cell.html, John Sullivan, רוא

1998 Feb 10, Wissel-Floris

ל. מילר ו. מילר (1971)

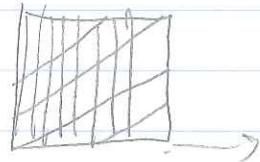
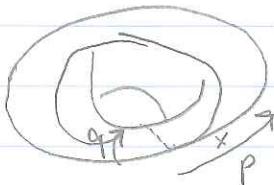
וְיַעֲשֵׂה כִּי־יָמַרְתָּ לְבָנֶךָ וְיַעֲשֵׂה כִּי־יָמַרְתָּ לְבָנֶךָ

ל'אלה נסחף ממנה הירקן (הירקן נסחף ממנה) נסחף ממנה הירקן (הירקן נסחף ממנה)

$\text{Rf}(W/k/k) \cong S^1 \times S^1 \times S^1 \times S^1 \times S^1$, $R^{\text{tw}} = S^1$.

~77.8%
8/10

$$L_{pq} =$$



$$\gamma(t) = (pt, qt)$$

$$L_{1,1} = S^3 \quad ; \quad L_{1,0} = S^3 \quad ; \quad L_{0,1} = S^1 \times S^2 \quad \underline{\text{irr}}$$

$$q \text{ for } L_{14} = 5^3 \text{ , k } \underline{\underline{5.277}}$$

$$P \quad 3/N \quad q = \pm q' \quad \text{or} \quad L_{pq} = L_{pq'} \quad .$$

$$P \nexists n \quad qq' = \pm 1 \quad /10$$

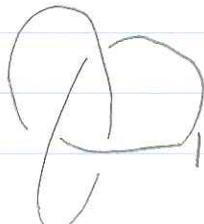
(m21(1) > m22)

• $\text{E}_1 \rightarrow h$ $\nu\bar{\nu}(\mu\mu)$.5
• $\text{E}_2 \rightarrow h$ $\nu\bar{\nu}(\mu\mu)$.1

125 en 170, 191x1, 7

8. הינה יפה לארון מודרני, פאץ' ווילס, פאלקון, פאלקון פרטיזן

וְאֵת הַזָּהָר, בַּיּוֹם הַזֶּה).



life plan. to

1998 Feb 17, מושב נס ציונה

29/02/17 (07:18:4) 24/4-2015 9:15:17

טב לidea ל-עומינית.

בנוסף ל-טב ל-עומינית ערך מושב נס ציונה

טב ל-עומינית
טב ל-עומינית

(0->) 2/20 N, 0/0 N (0/0, 0/0) 2/20 N, 3
טב ל-עומינית

טב ל-עומינית טב ל-עומינית טב ל-עומינית
 $\infty = 1/0$ טב ל-עומינית

טב ל-עומינית טב ל-עומינית
טב ל-עומינית טב ל-עומינית

$$S^3 \rightarrow S_L^3$$

$$S_{(k,p)}^3 = S^3 \quad .1 \quad : \text{טב ל-עומינית}$$

$$S_{(v,q)}^3 = S^3 \quad .2$$

$$\text{טב ל-עומינית } S_{(v,p/q)}^3 = L(p/q) \quad ; \quad S_{(0,0)}^3 = S^3 \quad .3$$

$$S_{(f,1)}^3$$

טב ל-עומינית 5

טב ל-עומינית 6

קשר מלאוה לקשר נתון - קשר על שפת סביבה אבובית של הקשר הנתון.

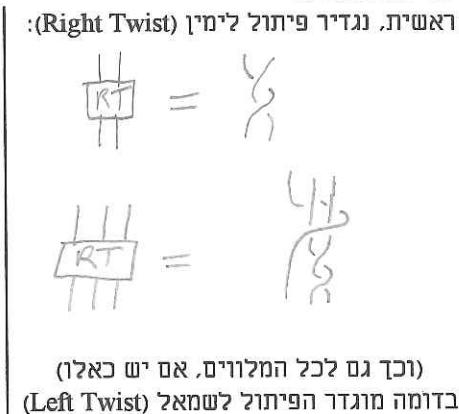
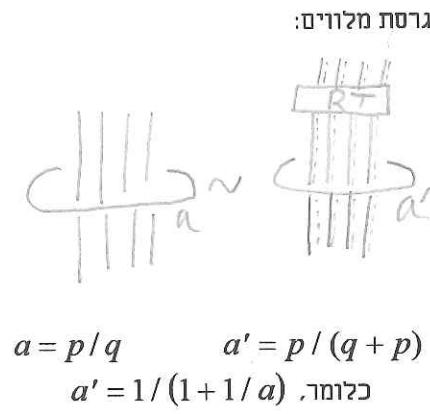
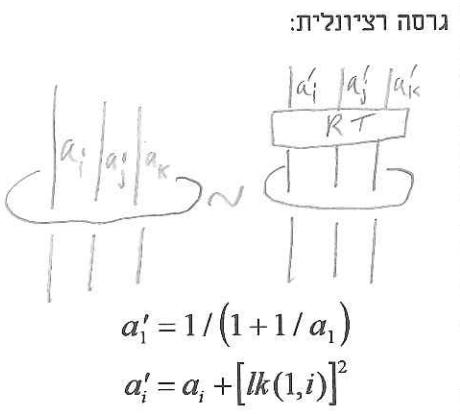
המלאוה מאופיין ע"י שני שלמים: מספר הקישור של המלאוה עם הקשר המקורי (a), ומספר הלינוי (q) - הדרגה של הטלה הטבעית מהמלאוה אל הקשר המקורי. מספרים אלו הם בהכרח זרים, וקביעת הסימן של אחד מהם קובעת את סימונו של השני. לכן הוג לאחדם כמספר רצינגי (כולל ∞ יחיד), $q/p = a$. אם המספר זהה הוא שלם (כלומר, אם $1/q = p/a$, המלאוה הוא "צל" או "מסגור").

משזר עם מלאוה - משזר עם מלאוה לכל רכיב, או לחילופין, משזר בצד ימין מסגר רצינגי לכל רכיב. מקרה פרטי הוא "משזר ממושגר". משזר עם מלאוה מגדר ירעה תלת-ממדית ע"י ניתוח.

יחסים:

1. רכיב המסתמן ב- ∞ ניתן לביטול.
2. יחס השב"כ:

ראשית, מגדר פיתול לימין (Right Twist):



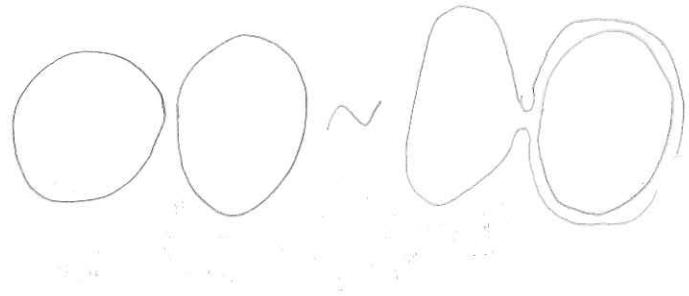
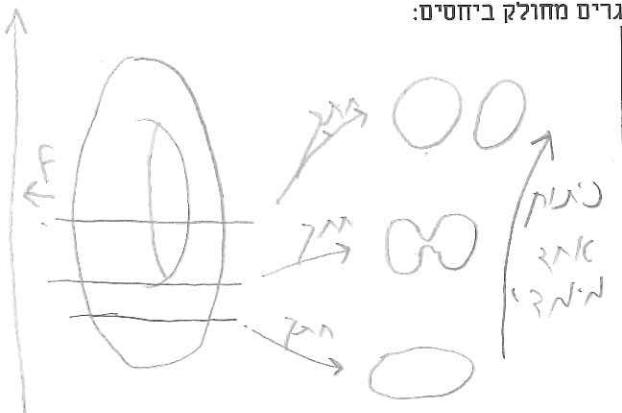
ובכן שאפשר להסתפק בניתוחים שלמים - ניתוחים על משזרים ממושגרים: (תרגיל מומלץ!)

$$a = p_1 - 1/\left(p_2 - 1/\left(p_3 - 1/\left(\dots(p_{n-1} - 1/p_n)\right)\right)\right)$$



משפט Kirby: אוטספ היריעות התלת-ממדית ש告诉 לאוטספ המשזרים הממותגרים מחולק ביחסים:

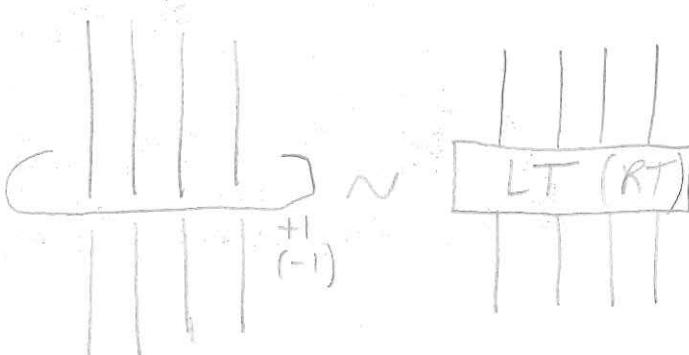
1. רכיב לא-קשור, ממושגר ב- \pm , ומופרד ניתן לביטול.
2. יחס ההזלקה: (זהה להזלקה ע"פ המסגור הנתון)



רעיון ההוכחה:

1. ירעה דו-ממדית עם פונקציית Morse זה פחות או יותר מקביל של "הוראות ניתוח" עבור ירעה אחד-ממדית".
 2. ירעה ארבע-ממדית עם פונקציית Morse מקבילה לא-הוראות ניתוח עבור ירעה תלת-ממדית".
 3. צמד של "הוראות ניתוח" עבור אוטה ירעה תלת-ממדית הוא צמד של יריעות ניתוח אשר ניתן לבנות ירעה ארבע-ממדית עט אותה השפה, וככלון אפשר לבנות ירעה ארבע-ממדית אחת ללא שפה. זו עצמה היא השפה של ירעה חמיש-ממדית.
 4. בוחרים פונקציית Morse נאותה על הירעה החמש ממדית, ומסתכלים על קבוצות הרמה. מתkowski "סרטן של הוראות ניתוח".
- מידע חסר: תורה Morse, Cobordism, מצב כללי, ...

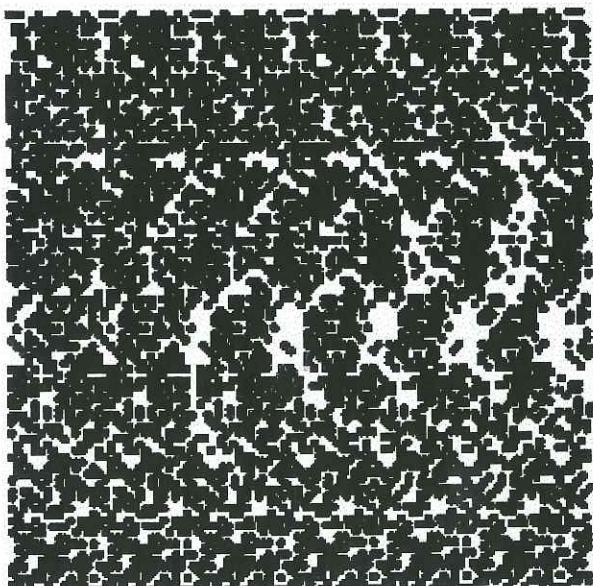
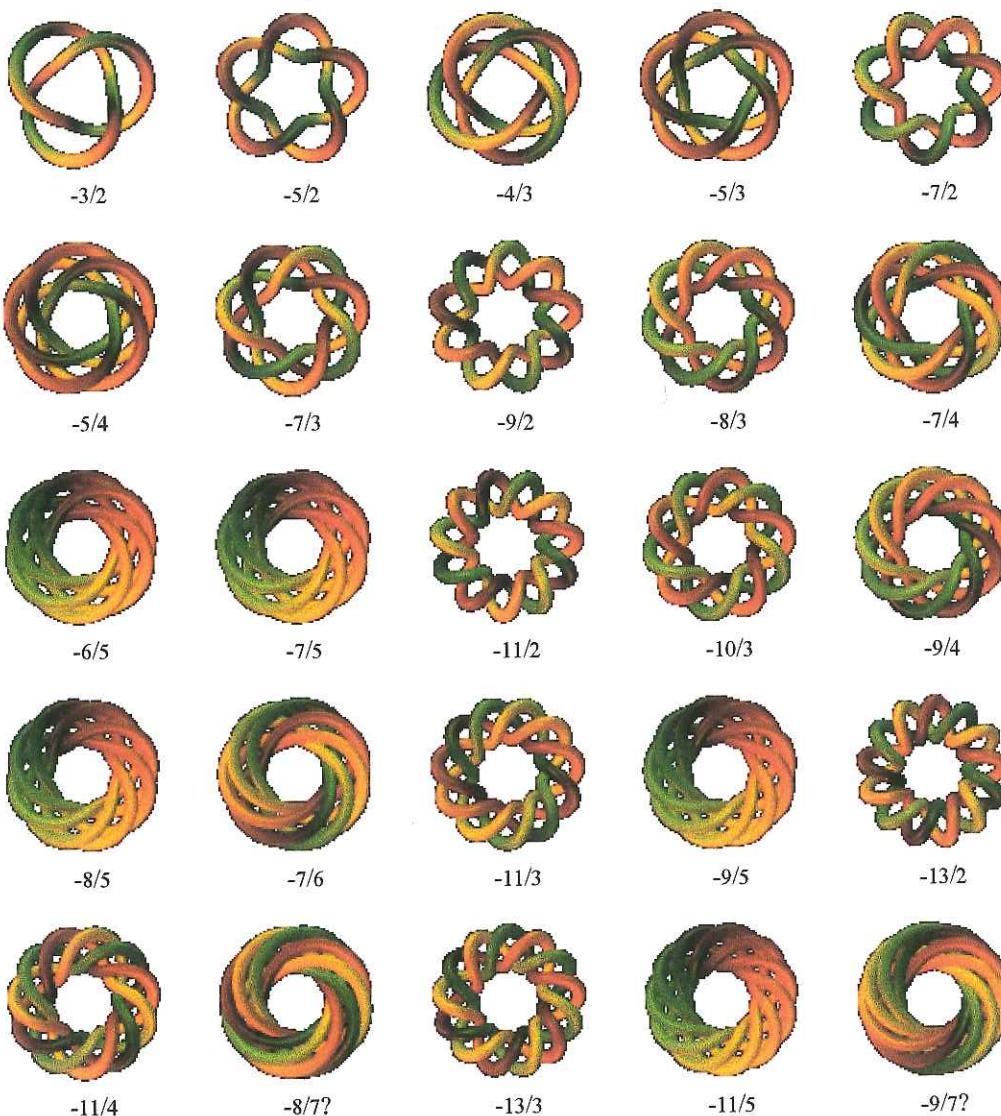
הניסוח של Fenn-Rourke - יחס אחד בלבד:



מחמת קוצר זמן, לא נדון בפרטיה ההוכחה.

Torus Knots

These are knots that can be drawn on the surface of a torus without intersections.



Taken from the KnotPlot Site
(<http://www.cs.ubc.ca/nest/imager/contributions/scharein/KnotPlot.html>)
by Rob Scharein (<http://www.cs.ubc.ca/spider/scharein>).
Original address:
<http://www.cs.ubc.ca/nest/imager/contributions/scharein/torus.html>
Minor modifications by Dror Bar-Natan
(<http://www.ma.huji.ac.il/~drorbn>) on March 21, 1998.
(Random Dot Stereogram is original. What does it show?)

1998 ~~1/19~~ 19 (dinner) \$105'

~~Ex~~ ~~coker~~ $k_n \rightarrow k_{n+1}$ \Rightarrow have fr. π_{n+1}

... "We are the people of the world."

3. $\text{Col}(A)$, $\text{Row}(A)$

ה. כבאי כנפחים עיר נסיך הרים גראן צ'רץ'

5. מכונת מילוי מ-202 ר-12

13/11/2011

Homework 01/20 (S₃, L) [15.73] (S₃, L) 200N - 7

רחלינה טראם אלטנשטייך 8

+ | 9-10:45 N. 201-6 # 7867 ~~7868~~ 9

John John 10

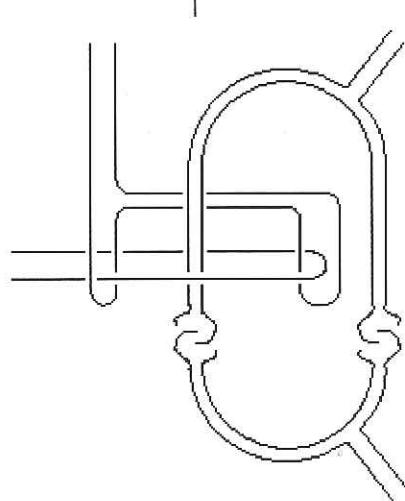
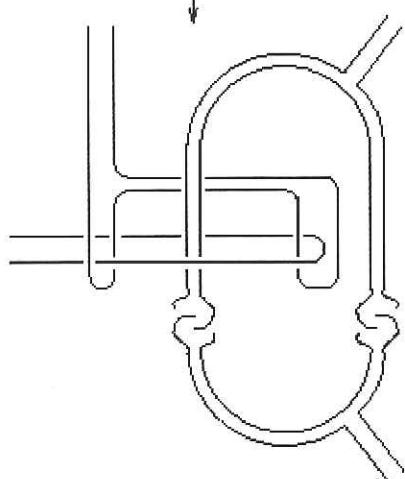
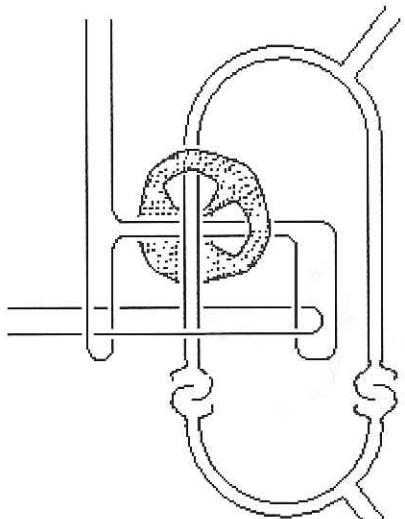
1998 year 26 November 1998

7.3. 20.1

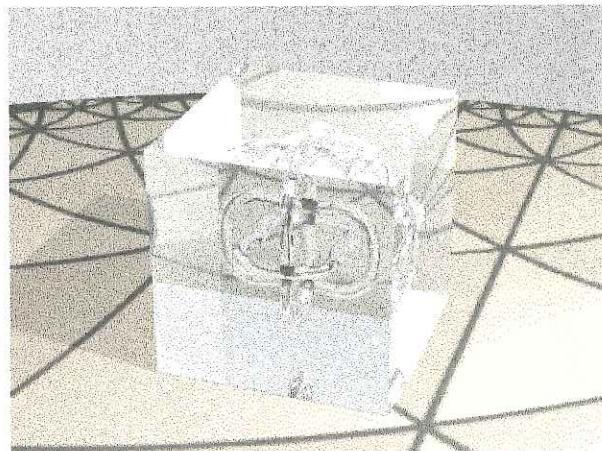
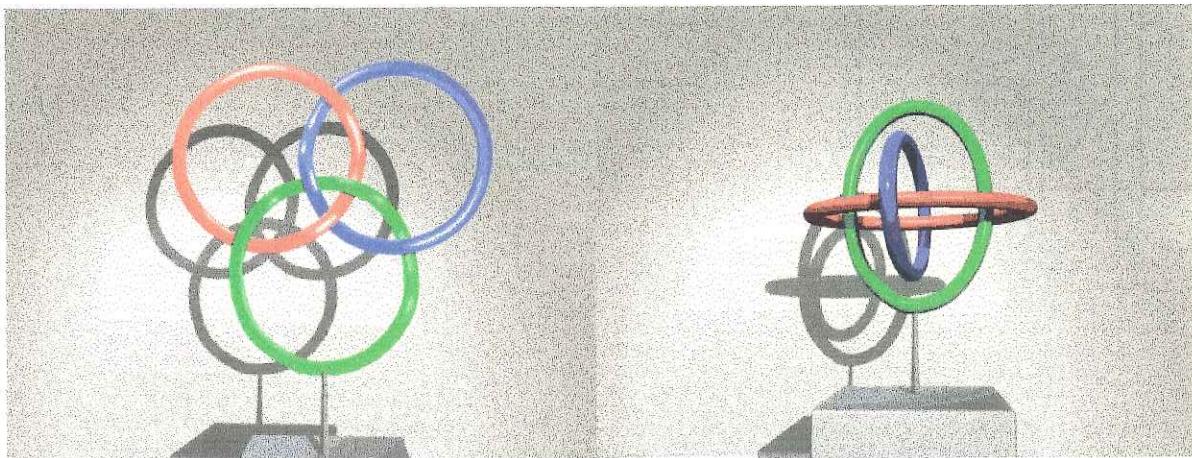
$$\frac{m_n}{\delta m_{n+1}} + \text{const} \rightarrow \frac{m_n}{\delta m_{n+1}} \xrightarrow{\text{normalization}} f(m_n) \text{ values 2}$$

values given in figure take form of, they fit to 3
 $(\delta S^3, L) \xrightarrow{\text{const}} \frac{m_n}{\delta m_{n+1}}$
for 1 or 2 or 3 or 4 or 5. This is good fit
or 2 or 3 or 4 or 5.

7.3. 20.1. 1. 2. 3. 4
values for δm_{n+1} for m_n \rightarrow
1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 27. 28. 29. 30. 31. 32. 33. 34. 35. 36. 37. 38. 39. 40. 41. 42. 43. 44. 45. 46. 47. 48. 49. 50. 51. 52. 53. 54. 55. 56. 57. 58. 59. 60. 61. 62. 63. 64. 65. 66. 67. 68. 69. 70. 71. 72. 73. 74. 75. 76. 77. 78. 79. 80. 81. 82. 83. 84. 85. 86. 87. 88. 89. 90. 91. 92. 93. 94. 95. 96. 97. 98. 99. 100. 101. 102. 103. 104. 105. 106. 107. 108. 109. 110. 111. 112. 113. 114. 115. 116. 117. 118. 119. 120. 121. 122. 123. 124. 125. 126. 127. 128. 129. 130. 131. 132. 133. 134. 135. 136. 137. 138. 139. 140. 141. 142. 143. 144. 145. 146. 147. 148. 149. 150. 151. 152. 153. 154. 155. 156. 157. 158. 159. 160. 161. 162. 163. 164. 165. 166. 167. 168. 169. 170. 171. 172. 173. 174. 175. 176. 177. 178. 179. 180. 181. 182. 183. 184. 185. 186. 187. 188. 189. 190. 191. 192. 193. 194. 195. 196. 197. 198. 199. 200. 201. 202. 203. 204. 205. 206. 207. 208. 209. 210. 211. 212. 213. 214. 215. 216. 217. 218. 219. 220. 221. 222. 223. 224. 225. 226. 227. 228. 229. 230. 231. 232. 233. 234. 235. 236. 237. 238. 239. 240. 241. 242. 243. 244. 245. 246. 247. 248. 249. 250. 251. 252. 253. 254. 255. 256. 257. 258. 259. 260. 261. 262. 263. 264. 265. 266. 267. 268. 269. 270. 271. 272. 273. 274. 275. 276. 277. 278. 279. 280. 281. 282. 283. 284. 285. 286. 287. 288. 289. 290. 291. 292. 293. 294. 295. 296. 297. 298. 299. 300. 301. 302. 303. 304. 305. 306. 307. 308. 309. 310. 311. 312. 313. 314. 315. 316. 317. 318. 319. 320. 321. 322. 323. 324. 325. 326. 327. 328. 329. 330. 331. 332. 333. 334. 335. 336. 337. 338. 339. 340. 341. 342. 343. 344. 345. 346. 347. 348. 349. 350. 351. 352. 353. 354. 355. 356. 357. 358. 359. 360. 361. 362. 363. 364. 365. 366. 367. 368. 369. 370. 371. 372. 373. 374. 375. 376. 377. 378. 379. 380. 381. 382. 383. 384. 385. 386. 387. 388. 389. 390. 391. 392. 393. 394. 395. 396. 397. 398. 399. 400. 401. 402. 403. 404. 405. 406. 407. 408. 409. 410. 411. 412. 413. 414. 415. 416. 417. 418. 419. 420. 421. 422. 423. 424. 425. 426. 427. 428. 429. 430. 431. 432. 433. 434. 435. 436. 437. 438. 439. 440. 441. 442. 443. 444. 445. 446. 447. 448. 449. 450. 451. 452. 453. 454. 455. 456. 457. 458. 459. 460. 461. 462. 463. 464. 465. 466. 467. 468. 469. 470. 471. 472. 473. 474. 475. 476. 477. 478. 479. 480. 481. 482. 483. 484. 485. 486. 487. 488. 489. 490. 491. 492. 493. 494. 495. 496. 497. 498. 499. 500. 501. 502. 503. 504. 505. 506. 507. 508. 509. 510. 511. 512. 513. 514. 515. 516. 517. 518. 519. 520. 521. 522. 523. 524. 525. 526. 527. 528. 529. 530. 531. 532. 533. 534. 535. 536. 537. 538. 539. 540. 541. 542. 543. 544. 545. 546. 547. 548. 549. 550. 551. 552. 553. 554. 555. 556. 557. 558. 559. 559. 560. 561. 562. 563. 564. 565. 566. 567. 568. 569. 570. 571. 572. 573. 574. 575. 576. 577. 578. 579. 580. 581. 582. 583. 584. 585. 586. 587. 588. 589. 590. 591. 592. 593. 594. 595. 596. 597. 598. 599. 600. 601. 602. 603. 604. 605. 606. 607. 608. 609. 610. 611. 612. 613. 614. 615. 616. 617. 618. 619. 620. 621. 622. 623. 624. 625. 626. 627. 628. 629. 630. 631. 632. 633. 634. 635. 636. 637. 638. 639. 640. 641. 642. 643. 644. 645. 646. 647. 648. 649. 650. 651. 652. 653. 654. 655. 656. 657. 658. 659. 660. 661. 662. 663. 664. 665. 666. 667. 668. 669. 669. 670. 671. 672. 673. 674. 675. 676. 677. 678. 679. 679. 680. 681. 682. 683. 684. 685. 686. 687. 688. 689. 689. 690. 691. 692. 693. 694. 695. 696. 697. 698. 699. 699. 700. 701. 702. 703. 704. 705. 706. 707. 708. 709. 709. 710. 711. 712. 713. 714. 715. 716. 717. 718. 719. 719. 720. 721. 722. 723. 724. 725. 726. 727. 728. 729. 729. 730. 731. 732. 733. 734. 735. 736. 737. 738. 739. 739. 740. 741. 742. 743. 744. 745. 746. 747. 748. 749. 749. 750. 751. 752. 753. 754. 755. 756. 757. 758. 759. 759. 760. 761. 762. 763. 764. 765. 766. 767. 768. 769. 769. 770. 771. 772. 773. 774. 775. 776. 777. 778. 779. 779. 780. 781. 782. 783. 784. 785. 786. 787. 788. 789. 789. 790. 791. 792. 793. 794. 795. 796. 797. 798. 799. 799. 800. 801. 802. 803. 804. 805. 806. 807. 808. 809. 809. 810. 811. 812. 813. 814. 815. 816. 817. 818. 819. 819. 820. 821. 822. 823. 824. 825. 826. 827. 828. 829. 829. 830. 831. 832. 833. 834. 835. 836. 837. 838. 839. 839. 840. 841. 842. 843. 844. 845. 846. 847. 848. 849. 849. 850. 851. 852. 853. 854. 855. 856. 857. 858. 859. 859. 860. 861. 862. 863. 864. 865. 866. 867. 868. 869. 869. 870. 871. 872. 873. 874. 875. 876. 877. 878. 879. 879. 880. 881. 882. 883. 884. 885. 886. 887. 888. 889. 889. 890. 891. 892. 893. 894. 895. 896. 897. 898. 899. 899. 900. 901. 902. 903. 904. 905. 906. 907. 908. 909. 909. 910. 911. 912. 913. 914. 915. 916. 917. 918. 919. 919. 920. 921. 922. 923. 924. 925. 926. 927. 928. 929. 929. 930. 931. 932. 933. 934. 935. 936. 937. 938. 939. 939. 940. 941. 942. 943. 944. 945. 946. 947. 948. 949. 949. 950. 951. 952. 953. 954. 955. 956. 957. 958. 959. 959. 960. 961. 962. 963. 964. 965. 966. 967. 968. 969. 969. 970. 971. 972. 973. 974. 975. 976. 977. 978. 979. 979. 980. 981. 982. 983. 984. 985. 986. 987. 988. 989. 989. 990. 991. 992. 993. 994. 995. 996. 997. 998. 999. 999. 1000. 1001. 1002. 1003. 1004. 1005. 1006. 1007. 1008. 1009. 1009. 1010. 1011. 1012. 1013. 1014. 1015. 1016. 1017. 1018. 1019. 1019. 1020. 1021. 1022. 1023. 1024. 1025. 1026. 1027. 1028. 1029. 1029. 1030. 1031. 1032. 1033. 1034. 1035. 1036. 1037. 1038. 1039. 1039. 1040. 1041. 1042. 1043. 1044. 1045. 1046. 1047. 1048. 1049. 1049. 1050. 1051. 1052. 1053. 1054. 1055. 1056. 1057. 1058. 1059. 1059. 1060. 1061. 1062. 1063. 1064. 1065. 1066. 1067. 1068. 1069. 1069. 1070. 1071. 1072. 1073. 1074. 1075. 1076. 1077. 1078. 1079. 1079. 1080. 1081. 1082. 1083. 1084. 1085. 1086. 1087. 1088. 1089. 1089. 1090. 1091. 1092. 1093. 1094. 1095. 1096. 1097. 1097. 1098. 1099. 1099. 1100. 1101. 1102. 1103. 1104. 1105. 1106. 1107. 1108. 1109. 1109. 1110. 1111. 1112. 1113. 1114. 1115. 1116. 1117. 1118. 1119. 1119. 1120. 1121. 1122. 1123. 1124. 1125. 1126. 1127. 1128. 1129. 1129. 1130. 1131. 1132. 1133. 1134. 1135. 1136. 1137. 1138. 1139. 1139. 1140. 1141. 1142. 1143. 1144. 1145. 1146. 1147. 1148. 1149. 1149. 1150. 1151. 1152. 1153. 1154. 1155. 1156. 1157. 1158. 1159. 1159. 1160. 1161. 1162. 1163. 1164. 1165. 1166. 1167. 1168. 1169. 1169. 1170. 1171. 1172. 1173. 1174. 1175. 1176. 1177. 1178. 1179. 1179. 1180. 1181. 1182. 1183. 1184. 1185. 1186. 1187. 1188. 1189. 1189. 1190. 1191. 1192. 1193. 1194. 1195. 1196. 1197. 1198. 1198. 1199. 1199. 1200. 1201. 1202. 1203. 1204. 1205. 1206. 1207. 1208. 1209. 1209. 1210. 1211. 1212. 1213. 1214. 1215. 1216. 1217. 1218. 1219. 1219. 1220. 1221. 1222. 1223. 1224. 1225. 1226. 1227. 1228. 1229. 1229. 1230. 1231. 1232. 1233. 1234. 1235. 1236. 1237. 1238. 1239. 1239. 1240. 1241. 1242. 1243. 1244. 1245. 1246. 1247. 1248. 1249. 1249. 1250. 1251. 1252. 1253. 1254. 1255. 1256. 1257. 1258. 1259. 1259. 1260. 1261. 1262. 1263. 1264. 1265. 1266. 1267. 1268. 1269. 1269. 1270. 1271. 1272. 1273. 1274. 1275. 1276. 1277. 1278. 1279. 1279. 1280. 1281. 1282. 1283. 1284. 1285. 1286. 1287. 1288. 1289. 1289. 1290. 1291. 1292. 1293. 1294. 1295. 1296. 1297. 1297. 1298. 1299. 1299. 1300. 1301. 1302. 1303. 1304. 1305. 1306. 1307. 1308. 1309. 1309. 1310. 1311. 1312. 1313. 1314. 1315. 1316. 1317. 1318. 1319. 1319. 1320. 1321. 1322. 1323. 1324. 1325. 1326. 1327. 1328. 1329. 1329. 1330. 1331. 1332. 1333. 1334. 1335. 1336. 1337. 1338. 1339. 1339. 1340. 1341. 1342. 1343. 1344. 1345. 1346. 1347. 1348. 1349. 1349. 1350. 1351. 1352. 1353. 1354. 1355. 1356. 1357. 1358. 1359. 1359. 1360. 1361. 1362. 1363. 1364. 1365. 1366. 1367. 1368. 1369. 1369. 1370. 1371. 1372. 1373. 1374. 1375. 1376. 1377. 1378. 1379. 1379. 1380. 1381. 1382. 1383. 1384. 1385. 1386. 1387. 1388. 1389. 1389. 1390. 1391. 1392. 1393. 1394. 1395. 1396. 1397. 1398. 1398. 1399. 1399. 1400. 1401. 1402. 1403. 1404. 1405. 1406. 1407. 1408. 1409. 1409. 1410. 1411. 1412. 1413. 1414. 1415. 1416. 1417. 1418. 1419. 1419. 1420. 1421. 1422. 1423. 1424. 1425. 1426. 1427. 1428. 1429. 1429. 1430. 1431. 1432. 1433. 1434. 1435. 1436. 1437. 1438. 1439. 1439. 1440. 1441. 1442. 1443. 1444. 1445. 1446. 1447. 1448. 1449. 1449. 1450. 1451. 1452. 1453. 1454. 1455. 1456. 1457. 1458. 1459. 1459. 1460. 1461. 1462. 1463. 1464. 1465. 1466. 1467. 1468. 1469. 1469. 1470. 1471. 1472. 1473. 1474. 1475. 1476. 1477. 1478. 1479. 1479. 1480. 1481. 1482. 1483. 1484. 1485. 1486. 1487. 1488. 1489. 1489. 1490. 1491. 1492. 1493. 1494. 1495. 1496. 1497. 1498. 1498. 1499. 1499. 1500. 1501. 1502. 1503. 1504. 1505. 1506. 1507. 1508. 1509. 1509. 1510. 1511. 1512. 1513. 1514. 1515. 1516. 1517. 1518. 1519. 1519. 1520. 1521. 1522. 1523. 1524. 1525. 1526. 1527. 1528. 1529. 1529. 1530. 1531. 1532. 1533. 1534. 1535. 1536. 1537. 1538. 1539. 1539. 1540. 1541. 1542. 1543. 1544. 1545. 1546. 1547. 1548. 1549. 1549. 1550. 1551. 1552. 1553. 1554. 1555. 1556. 1557. 1558. 1559. 1559. 1560. 1561. 1562. 1563. 1564. 1565. 1566. 1567. 1568. 1569. 1569. 1570. 1571. 1572. 1573. 1574. 1575. 1576. 1577. 1578. 1579. 1579. 1580. 1581. 1582. 1583. 1584. 1585. 1586. 1587. 1588. 1589. 1589. 1590. 1591. 1592. 1593. 1594. 1595. 1596. 1597. 1598. 1598. 1599. 1599. 1600. 1601. 1602. 1603. 1604. 1605. 1606. 1607. 1608. 1609. 1609. 1610. 1611. 1612. 1613. 1614. 1615. 1616. 1617. 1618. 1619. 1619. 1620. 1621. 1622. 1623. 1624. 1625. 1626. 1627. 1628. 1629. 1629. 1630. 1631. 1632. 1633. 1634. 1635. 1636. 1637. 1638. 1639. 1639. 1640. 1641. 1642. 1643. 1644. 1645. 1646. 1647. 1648. 1649. 1649. 1650. 1651. 1652. 1653. 1654. 1655. 1656. 1657. 1658. 1659. 1659. 1660. 1661. 1662. 1663. 1664. 1665. 1666. 1667. 1668. 1669. 1669. 1670. 1671. 1672. 1673. 1674. 1675. 1676. 1677. 1678. 1679. 1679. 1680. 1681. 1682. 1683. 1684. 1685. 1686. 1687. 1688. 1689. 1689. 1690. 1691. 1692. 1693. 1694. 1695. 1696. 1697. 1698. 1698. 1699. 1699. 1700. 1701. 1702. 1703. 1704. 1705. 1706. 1707. 1708. 1709. 1709. 1710. 1711. 1712. 1713. 1714. 1715. 1716. 1717. 1718. 1719. 1719. 1720. 1721. 1722. 1723. 1724. 1725. 1726. 1727. 1728. 1729. 1729. 1730. 1731. 1732. 1733. 1734. 1735. 1736. 1737. 1738. 1739. 1739. 1740. 1741. 1742. 1743. 1744. 1745. 1746. 1747. 1748. 1749. 1749. 1750. 1751. 1752. 1753. 1754. 1755. 1756. 1757. 1758. 1759. 1759. 1760. 1761. 1762. 1763. 1764. 1765. 1766. 1767. 1768. 1769. 1769. 1770. 1771. 1772. 1773. 1774. 1775. 1776. 1777. 1778. 1779. 1779. 1780. 1781. 1782. 1783. 1784. 1785. 1786. 1787. 1788. 1789. 1789. 1790. 1791. 1792. 1793. 1794. 1795. 1796. 1797. 1798. 1798. 1799. 1799. 1800. 1801. 1802. 1803. 1804. 1805. 1806. 1807. 1808. 1809. 1809. 1810. 1811. 1812. 1813. 1814. 1815. 1816. 1817. 1818. 1819. 1819. 1820. 1821. 1822. 1823. 1824. 1825. 1826. 1827. 1828. 1829. 1829. 1830. 1831. 1832. 1833. 1834. 1835. 1836. 1837. 1838. 1839. 1839. 1840. 1841. 1842. 1843. 1844. 1845. 1846. 1847. 1848. 1849. 1849. 1850. 1851. 1852. 1853. 1854. 1855. 1856. 1857. 1858. 1859. 1859. 1860. 1861. 1862. 1



Borromean Links Gallery



Three mutually interlocked rings named after the Italian Renaissance family who used them on their coat of arms. No two rings are linked, so if one of the rings is cut, all three rings fall apart.

(Pictures taken from <http://www.geom.umn.edu>)

THE ELEMENTARY THEORY OF FINITE TYPE INVARIANTS OF HOMOLOGY SPHERES

DROR BAR-NATAN

This is a pre-preprint. Your comments are welcome.

ABSTRACT. Very abstract.

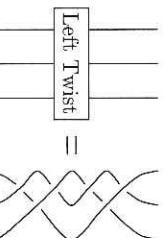


Figure 1. The Left Twist (LT).

1.1.3. Integrability conditions, $\ker \delta$, lassoing double points, and four-term relations.
 1.1.4. A word on integration.

1.2. The case of homology spheres.
 1.2.1. The definitions.

1.2.2. The questions.
 1.2.3. What's in a name?

1.3. Acknowledgement. I thank all.
 2. PRELIMINARIES

2.1. Surgery and the Kirby calculus.
 2.2. The Borromean rings.

2.3. The triple linking numbers μ_{ijk} .

3. CONSTANCY CONDITIONS OR $\mathcal{M}_n/\delta\mathcal{M}_{n+1}$

3.1. Statement of the result.

Definition 3.1. Let \mathcal{Y}_n be the unital commutative algebra over \mathbb{Z} generated by symbols Y_{ijk} for distinct indices $1 \leq i, j, k \leq n$, modulo the anti-cyclicity relations $Y_{ijk} = Y_{jik}^{-1} = Y_{kji}$.

Warning 3.2. Below we will mostly regard \mathcal{Y}_n as an \mathbb{Z} -module, and not as an algebra. Thus we will only use the product of \mathcal{Y}_n as a convenient way of writing certain elements and linear combinations of elements. The subspaces of \mathcal{Y}_n that we will consider will be subspaces in the linear sense, but not ideals or subalgebras, and similarly for quotients and maps from or to \mathcal{Y}_n .

It is easy to define a map $\mu : \mathcal{M}_n/\delta\mathcal{M}_{n+1} \rightarrow \mathcal{Y}_n$. For an n -link L set

$$\mu(L) = \prod_{1 \leq i < j < k \leq n} Y_{ijk}^{\mu_{ijk}(L)}.$$

It follows from Section 2.3 that this definition descends to the quotient of \mathcal{M}_n by the co-derivatives of $(n+1)$ -links.

Theorem 1. *The thus defined map $\mu : \mathcal{M}_n/\delta\mathcal{M}_{n+1} \rightarrow \mathcal{Y}_n$ is an isomorphism.*

| | |
|---|---|
| 1. Introduction | 1 |
| 1.1. The case of knots | 1 |
| 1.1.1. Singular knots, the co-differential δ , the co-differentiability relation and \mathcal{K}_n . | 1 |
| 1.1.2. Constancy conditions, $\mathcal{K}_n/\delta\mathcal{K}_{n+1}$, and chord diagrams. | 1 |
| 1.2. The case of homology spheres | 2 |
| 1.3. Acknowledgement | 2 |
| 2. Preliminaries | 2 |
| 2.1. Surgery and the Kirby calculus | 2 |
| 2.2. The Borromean rings | 2 |
| 2.3. The triple linking numbers μ_{ijk} | 2 |
| 3. Constancy conditions or $\mathcal{M}_n/\delta\mathcal{M}_{n+1}$ | 2 |
| 3.1. Statement of the result | 2 |
| 3.2. On a connected space, polynomials are determined by their values at any given point | 3 |
| 3.3. Homotopy invariance and pure braids | 3 |
| 3.4. The mask and the interchange move | 3 |
| 3.5. Reducing third commutators | 3 |
| 4. Integrability conditions or $\ker \delta$ | 3 |
| 4.1. +1 and -1 surgeries are opposites | 3 |
| 4.2. A total twist is a composition of many little ones | 4 |
| 4.3. The two ways of building an interchange | 4 |
| 4.4. Lassing a Borromean link and the IHX relation | 5 |
| References | 5 |

- 3.2. On a connected space, polynomials are determined by their values at any given point.

3.3. Homotopy invariance and pure braids.

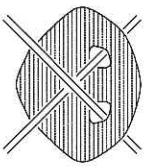


Figure 2. The Mask

- 3.4. The mask and the interchange move.

3.5. Reducing third commutators.

4. INTEGRABILITY CONDITIONS OR $\ker \delta$

- 4.1. +1 and -1 surgeries are opposites.

$$\delta \left(\begin{array}{c} \text{Diagram with strands} \\ \parallel \parallel \parallel \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{Diagram with strands} \\ \parallel \parallel \parallel \end{array} - \begin{array}{c} \text{Diagram with strands} \\ \parallel \parallel \parallel \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \text{Diagram with strands} \\ \parallel \parallel \parallel \end{array} - \begin{array}{c} \text{Diagram with strands} \\ \parallel \parallel \parallel \end{array} \right)$$

Figure 3. A 3-mask.

$$\delta \left(\begin{array}{c} \text{Diagram with strands} \\ \parallel \parallel \parallel \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{Diagram with strands} \\ \parallel \parallel \parallel \end{array} - \begin{array}{c} \text{Diagram with strands} \\ \parallel \parallel \parallel \end{array} \right) - \text{BIT}$$

Figure 4. The co-derivative of a 3-mask.

$$\delta \left(\begin{array}{c} \text{Diagram with strands} \\ \parallel \parallel \parallel \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{Diagram with strands} \\ \parallel \parallel \parallel \end{array} + \begin{array}{c} \text{Diagram with strands} \\ \parallel \parallel \parallel \end{array} + \begin{array}{c} \text{Diagram with strands} \\ \parallel \parallel \parallel \end{array} \right) - \text{BIT}$$

Figure 5. The Bundle Left Twist (BLT) is the same as the Left Twist, only that the strands within each "bundle" are not twisted internally.

$$\begin{array}{c} \text{Diagram with strands} \\ \parallel \parallel \parallel \end{array} = \begin{array}{c} \text{Diagram with strands} \\ \parallel \parallel \parallel \end{array}$$

$$\delta \left(\begin{array}{c} \text{Diagram with strands} \\ \parallel \parallel \parallel \end{array} \right) = \delta \left(\begin{array}{c} \text{Diagram with strands} \\ \parallel \parallel \parallel \end{array} + \begin{array}{c} \text{Diagram with strands} \\ \parallel \parallel \parallel \end{array} + \begin{array}{c} \text{Diagram with strands} \\ \parallel \parallel \parallel \end{array} \right)$$

Figure 6. Undoing a Bundle Left Twist one crossing at a time.

$$\begin{array}{c} \text{Diagram with strands} \\ \parallel \parallel \parallel \end{array} = \begin{array}{c} \text{Diagram with strands} \\ \parallel \parallel \parallel \end{array} + \begin{array}{c} \text{Diagram with strands} \\ \parallel \parallel \parallel \end{array} + \begin{array}{c} \text{Diagram with strands} \\ \parallel \parallel \parallel \end{array}$$

Figure 7. The Total Twist Relation (TTR).

$$\left(\begin{array}{c} \text{Diagram with strands} \\ \parallel \parallel \parallel \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{Diagram with strands} \\ \parallel \parallel \parallel \end{array} + \begin{array}{c} \text{Diagram with strands} \\ \parallel \parallel \parallel \end{array} + \begin{array}{c} \text{Diagram with strands} \\ \parallel \parallel \parallel \end{array} \right) - \text{BIT} - \text{BIT} - \text{BIT} - \text{BIT}$$

Figure 8. The Total Twist Relation (TTR).

- 4.2. A total twist is a composition of many little ones.

4.3. The two ways of building an interchange.

4.4. Lassoing a Borromean link and the IHX relation.

$$\tilde{Y}_{rak} Y_{rgb} (Y_{rgp} Y_{pbk} - Y_{rgp} Y_{pbk}) = \tilde{Y}_{rak} Y_{rgb} (Y_{rgp} \tilde{Y}_{pbk} - Y_{rgb})$$

INSTITUTE OF MATHEMATICS, THE HEBREW UNIVERSITY, GIV'AT-RAM, JERUSALEM 91904, ISRAEL
E-mail address: drorbn@math.huji.ac.il

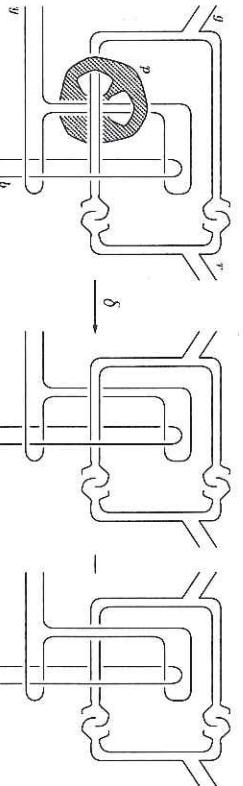


Figure 9. The Monster

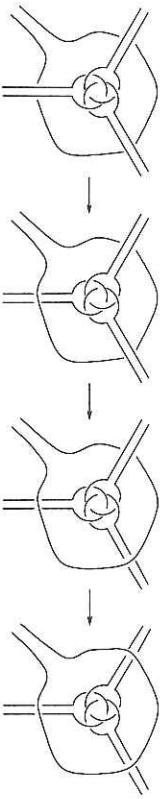


Figure 10. Lassoing a Borromean link.

$$\begin{aligned}
 &= Y_{rab}Y_{rgb}Y_{rgp}Y_{pyb} - Y_{rab}Y_{rgb}Y_{pyb} - Y_{rgb}Y_{rgp}\tilde{Y}_{pyb} + Y_{rgb}Y_{pyb} \\
 &= Y_{rab}Y_{rgb}Y_{rgp}\tilde{Y}_{pyb} - Y_{rgb}Y_{rgb}\tilde{Y}_{pyb} - Y_{rgb}Y_{rgp}\tilde{Y}_{pyb} + Y_{rgb}\tilde{Y}_{pyb}
 \end{aligned}$$

(The last equality holds because in the two error terms, $Y_{rgb}Y_{rgp}$ and Y_{rgb} , the component p is unknotted). Now reduce the component r using the total twist relation. Only the first term is affected, and 3 of the 6 terms that are produced from its reduction cancel against the 3 remaining terms of the above equation. The result is:

$$= (Y_{rab}Y_{rgp} - Y_{rab} - Y_{rgb})\tilde{Y}_{pyb} = \tilde{Y}_{rab}Y_{rgp}\tilde{Y}_{pyb} - \tilde{Y}_{pyb}.$$

The last term here drops out because in it the component r is unknotted, and so the end result is $\tilde{Y}_{rab}\tilde{Y}_{rgp}\tilde{Y}_{pyb}$. In graphical terms, this is precisely the graph $I!$ Cyclically permuting the roles of r , g , and b , we find that we have proven the IHX relation.

REFERENCES

- [B-N] D. Bar-Natan, *On the Vassiliev knot invariants*, Topology **34** 423-472 (1995).
- [Bi] J. S. Birman, *New points of view in knot theory*, Bull. Amer. Math. Soc. **28** (1993) 253-287.
- [BL] _____ and X.S. Lin, *Knot polynomials and Vassiliev's invariants*, Inv. Math. **111** (1993) 225-270.
- [Go1] M. Goussarov, *A new form of the Conway-Jones polynomial of oriented links*, in *Topology of manifolds and varieties* (O. Viro, editor), Amer. Math. Soc., Providence 1994, 167-172.
- [Go2] _____, *On n -equivalence of knots and invariants of finite degree*, in *Topology of manifolds and varieties* (O. Viro, editor), Amer. Math. Soc., Providence 1994, 173-192.
- [Ko] M. Kontsevich, *Vassiliev's knot invariants*, Adv. in Sov. Math., **16**(2) (1993) 137-150.
- [Vas1] V.A. Vassiliev, *Cohomology of knot spaces*, Theory of Singularities and its Applications (Providence) (V. I. Arnold, ed.), Amer. Math. Soc., Providence, 1990.
- [Vas2] _____, *Complements of discriminants of smooth maps: topology and applications*, Transl. of Math. Mono. **98**, Amer. Math. Soc., Providence, 1992.

1998 May 23 ~~april-23~~ 1998

29.13.1

IHX 2

AS 3

WAN 11.51 032W 750N 4

Hutchings 20.5