

The differential of J

March-27-13
8:37 AM

$$\delta J_u = \int_0^1 ds \left[\operatorname{div}_u(\delta\gamma // RC_u^{s\gamma}) // C_u^{-s\gamma} \right. \\ \left. + s \operatorname{div}_u(\gamma // RC_u^{s\gamma} // \operatorname{ad}_u \left(\frac{1-e^{-\operatorname{ad}_s\gamma}}{\operatorname{ad}_s\gamma} (\delta\gamma) // RC_u^{s\gamma} \right) // C_u^{-s\gamma} \right. \\ \left. - s \operatorname{div}_u(\gamma // RC_u^{s\gamma}) // \operatorname{ad}_u \left(\frac{1-e^{-\operatorname{ad}_s\gamma}}{\operatorname{ad}_s\gamma} (\delta\gamma) // RC_u^{s\gamma} \right) // C_u^{-s\gamma} \right]$$

using the cocycle property of div:

$$= \int_0^1 ds \operatorname{div}_u(\delta\gamma // RC_u^{s\gamma}) // C_u^{-s\gamma}$$

$$+ \int_0^1 ds \left[\operatorname{div}_u \left(\frac{1-e^{-\operatorname{ad}_s\gamma}}{\operatorname{ad}_s\gamma} (\delta\gamma) // RC_u^{s\gamma} // \operatorname{ad}_u \gamma // RC_u^{s\gamma} \right) \right.$$

$$\left. - \operatorname{div}_u \left(\frac{1-e^{-\operatorname{ad}_s\gamma}}{\operatorname{ad}_s\gamma} (\delta\gamma) // RC_u^{s\gamma} \right) // \operatorname{ad}_u \gamma // RC_u^{s\gamma} \right.$$

$$\left. - \operatorname{div}_u \left((1-e^{-\operatorname{ad}_s\gamma}) (\delta\gamma) // RC_u^{s\gamma} \right) // C_u^{-s\gamma} \right]$$

So

$$\delta J_u(\gamma) = \int_0^1 ds \operatorname{div}_u(\delta\gamma // e^{-\operatorname{ad}_s\gamma} // RC_u^{s\gamma}) // C_u^{-s\gamma}$$

$$+ \int_0^1 ds \operatorname{div}_u \left(\left(\frac{1-e^{-\operatorname{ad}_s\gamma}}{\operatorname{ad}_s\gamma} \right) (\delta\gamma) // RC_u^{s\gamma} // \operatorname{ad}_u \{ \gamma // RC_u^{s\gamma} \} \right) // C_u^{-s\gamma}$$

$$- \int_0^1 ds \operatorname{div}_u \left(\left(\frac{1-e^{-\operatorname{ad}_s\gamma}}{\operatorname{ad}_s\gamma} \right) (\delta\gamma) // RC_u^{s\gamma} \right) // \operatorname{ad}_u \{ \gamma // RC_u^{s\gamma} \} // C_u^{-s\gamma}$$

$$= \int_0^1 ds \frac{d}{ds} \left[\delta\gamma // \left(\frac{1-e^{-s\operatorname{ad}_\gamma}}{\operatorname{ad}_\gamma} \right) // RC_u^{s\gamma} // \operatorname{div}_u // C_u^{-s\gamma} \right]$$

$$= \delta\gamma // \left(\frac{1-e^{-\operatorname{ad}_\gamma}}{\operatorname{ad}_\gamma} \right) // RC_u^\gamma // \operatorname{div}_u // C_u^{-\gamma}$$