

```

In[10]:= PCollect[V/.FindVC] a VC pair with C=1, some "Group Like" tests.

In[1]:= SetDirectory["C:\\drorbn\\AcademicPensieve\\2012-05\\beta5.0"];
"R4" -> R[2, 3] ** V == V ** (R[1, 3] \langle \rangle dA[1, 1, 2]);
"TwistEq" -> V ** \theta[1, 2] == R[1, 2] ** (V // dP[2, c2 \hbar]),
<< betaCalculus.m
"Unitarity" -> V ** (V // dA[1] // dA[2]) == B[1, 0]^+, (- 5 c1^2 c2 / 4608 + c1 c2^2 / 4608 + c2^3 / 4608) \hbar^3 + ((c1^4 c2 / 40960 - 53 c1^3 c2^2 / 460800
Clear[\hbar]; Unprotect[C];
"VerticalFlipEquation" -> 7 V c1^2 * (V^5 \gamma_1 ds[1]^3 // - ds[2]^2) R[14, 2] t2^2 \delta_{23} - 2/15 c1^2 c2 \delta_{41} - 2/15 c1 c2^2 \delta_{10}^2;
$PerturbativeDegree[-5];
"CapEquation" -> (V ** (C // dP[12])^15 // dcap[1] // dcap[2]) ==
B[Simplify[expr]] := Replace[expr, {V // (C ** sol2) ** dP[12] // Vdcap[sol2] / dcap[2], Series[Normal[expr], {\hbar, 0, $PerturbativeDegree}], "SidesNonDegeneracy" -> (V // d\eta[1]) == B[1, 0] && (V // d\eta[2]) == B[1, 0],
"CapsAndCups" -> Simplify[C == (C // ds[1])]];
In[20]:= Inverse[V /. sol2] ** (V /. sol2)
BCollect[B[w_, \mu_]] := B[
Out[20]= {R4} BCollect[w \in Eq \rightarrow True, Unitarity \rightarrow True,
In[29]:= σ = B(Simplify[Series[Log[1 + Coefficient[W[[2]], \epsilon]] / . t \in NonDegeneracy \rightarrow {True, 3}]] & /@
VerticalFlipEquation[True, capEquationW[[2]], \epsilon \in NonDegeneracy \rightarrow {True, 3}]] & /@
{h[1], h[2]}]
{VapsAndSol1} \hbar^1 \rightarrow Get["SolutionToDegree6-120501.m"];
{V, \epsilon} \hbar^5 \rightarrow Get["SolutionToDegree6-120518.m"];
Out[29]= {V, \epsilon} \hbar^5 \left( \frac{c1 c2}{365 - 11520 \delta_{10}^2 + 7680 \delta_{30} + 480 \kappa_1^2 + 268 \kappa_1^4} \frac{1}{12480 \delta_{60} (3 + 16 \kappa_1)} \right) \hbar^2 + O[\hbar]^7 \}
In[11]:= C BCollect[
B[w[\hbar c1, \hbar c2], \alpha[\hbar c1, \hbar c2] t[1] h[1] +
1 + c1 \kappa_1 \frac{\beta[\hbar c1, \hbar c2] t[1] h[2] + \gamma[\hbar c1, \hbar c2] t[2] h[1] + \delta[\hbar c1, \hbar c2] t[2] h[2] + \epsilon[\hbar c1, \hbar c2] t[2]^2 h[2]^2]^60 \left( \frac{1}{12} + \delta_{10} \right) - 768 \delta_{10} \left( \frac{1}{12} + \delta_{10} \right)^2 \hbar^2 + \frac{1}{96} c1 c2 \kappa_1^2 (3 + 48 \delta_{10} + 16 \kappa_1^2) \hbar^4 + \frac{1}{16} c1^2 c2^2 \delta_{10} - c1^3 c2 \delta_{10}^2 - c1^2 c2^2 \delta_{10}^2 - c1 c2^3 \delta_{10}^2 + \frac{1}{3} c1^4 c2^2 \delta_{10}^2 + \frac{1}{72} c1^3 c2^2 \delta_{10}^2 + \frac{35 c1^2 c2^2}{1536} \hbar^6 + \frac{1}{72} c1 c2^3 \delta_{10}^2 + \frac{1}{16} c1^2 c2^2 \delta_{10}^2 - c1^3 c2 \delta_{10}^2 - c1^2 c2^2 \delta_{10}^2 - c1 c2^3 \delta_{10}^2 + \frac{1}{16} c1 c2 (1 + 16 \delta_{10}) \hbar^8 + \left( \frac{1}{256} c1^2 c2^2 \left( -1 - 8 \delta_{10} + 128 \delta_{10}^2 + 40 \left( \frac{1}{12} + \delta_{10} \right) \right) - 192 \delta_{10} \left( \frac{1}{12} + \delta_{10} \right) + 192 \right) \hbar^{10} + O[\hbar]^{12} \right) \hbar^2 + \left( \frac{1}{16} c1 c2 (1 + 16 \delta_{10}) \hbar^2 + \left( \frac{1}{256} c1^2 c2^2 \left( -1 - 8 \delta_{10} + 128 \delta_{10}^2 + 40 \left( \frac{1}{12} + \delta_{10} \right) \right) - 192 \delta_{10} \left( \frac{1}{12} + \delta_{10} \right) + 192 \right) \hbar^4 + \left( \frac{1}{16} c1 c2 (1 + 16 \delta_{10}) \hbar^4 + \left( \frac{1}{256} c1^2 c2^2 \left( -1 - 8 \delta_{10} + 128 \delta_{10}^2 + 40 \left( \frac{1}{12} + \delta_{10} \right) \right) - 192 \delta_{10} \left( \frac{1}{12} + \delta_{10} \right) + 192 \right) \hbar^6 + \left( \frac{1}{16} c1 c2 (1 + 16 \delta_{10}) \hbar^6 + \left( \frac{1}{256} c1^2 c2^2 \left( -1 - 8 \delta_{10} + 128 \delta_{10}^2 + 40 \left( \frac{1}{12} + \delta_{10} \right) \right) - 192 \delta_{10} \left( \frac{1}{12} + \delta_{10} \right) + 192 \right) \hbar^8 + \left( \frac{1}{16} c1 c2 (1 + 16 \delta_{10}) \hbar^8 + \left( \frac{1}{256} c1^2 c2^2 \left( -1 - 8 \delta_{10} + 128 \delta_{10}^2 + 40 \left( \frac{1}{12} + \delta_{10} \right) \right) - 192 \delta_{10} \left( \frac{1}{12} + \delta_{10} \right) + 192 \right) \hbar^{10} + O[\hbar]^{12} \right) \hbar^10 + O[\hbar]^{14} \right) \hbar^10 + O[\hbar]^{16} \right) \hbar^12 + O[\hbar]^{18} \right) \hbar^14 + O[\hbar]^{20} \right) \hbar^16 + O[\hbar]^{22} \right) \hbar^18 + O[\hbar]^{24} \right) \hbar^20 + O[\hbar]^{26} \right) \hbar^22 + O[\hbar]^{28} \right) \hbar^24 + O[\hbar]^{30} \right) \hbar^26 + O[\hbar]^{32} \right) \hbar^28 + O[\hbar]^{34} \right) \hbar^30 + O[\hbar]^{36} \right) \hbar^32 + O[\hbar]^{38} \right) \hbar^40 + O[\hbar]^{42} \right) \hbar^44 + O[\hbar]^{46} \right) \hbar^48 + O[\hbar]^{50} \right) \hbar^52 + O[\hbar]^{54} \right) \hbar^56 + O[\hbar]^{58} \right) \hbar^60 + O[\hbar]^{62} \right) \hbar^64 + O[\hbar]^{66} \right) \hbar^70 + O[\hbar]^{74} \right) \hbar^76 + O[\hbar]^{78} \right) \hbar^80 + O[\hbar]^{82} \right) \hbar^84 + O[\hbar]^{86} \right) \hbar^90 + O[\hbar]^{94} \right) \hbar^96 + O[\hbar]^{98} \right) \hbar^{104} + O[\hbar]^{106} \right) \hbar^{112} + O[\hbar]^{118} \right) \hbar^{120} + O[\hbar]^{122} \right) \hbar^{128} + O[\hbar]^{130} \right) \hbar^{136} + O[\hbar]^{138} \right) \hbar^{144} + O[\hbar]^{146} \right) \hbar^{152} + O[\hbar]^{154} \right) \hbar^{160} + O[\hbar]^{162} \right) \hbar^{168} + O[\hbar]^{170} \right) \hbar^{176} + O[\hbar]^{178} \right) \hbar^{184} + O[\hbar]^{186} \right) \hbar^{192} + O[\hbar]^{194} \right) \hbar^{200} + O[\hbar]^{202} \right) \hbar^{208} + O[\hbar]^{210} \right) \hbar^{216} + O[\hbar]^{218} \right) \hbar^{224} + O[\hbar]^{226} \right) \hbar^{232} + O[\hbar]^{234} \right) \hbar^{240} + O[\hbar]^{242} \right) \hbar^{248} + O[\hbar]^{250} \right) \hbar^{256} + O[\hbar]^{258} \right) \hbar^{264} + O[\hbar]^{266} \right) \hbar^{272} + O[\hbar]^{274} \right) \hbar^{280} + O[\hbar]^{282} \right) \hbar^{288} + O[\hbar]^{290} \right) \hbar^{296} + O[\hbar]^{298} \right) \hbar^{304} + O[\hbar]^{306} \right) \hbar^{312} + O[\hbar]^{314} \right) \hbar^{320} + O[\hbar]^{322} \right) \hbar^{328} + O[\hbar]^{330} \right) \hbar^{336} + O[\hbar]^{338} \right) \hbar^{344} + O[\hbar]^{346} \right) \hbar^{352} + O[\hbar]^{354} \right) \hbar^{360} + O[\hbar]^{362} \right) \hbar^{368} + O[\hbar]^{370} \right) \hbar^{376} + O[\hbar]^{378} \right) \hbar^{384} + O[\hbar]^{386} \right) \hbar^{392} + O[\hbar]^{394} \right) \hbar^{396} + O[\hbar]^{398} \right) \hbar^{400} + O[\hbar]^{402} \right) \hbar^{404} + O[\hbar]^{406} \right) \hbar^{408} + O[\hbar]^{410} \right) \hbar^{412} + O[\hbar]^{414} \right) \hbar^{416} + O[\hbar]^{418} \right) \hbar^{420} + O[\hbar]^{422} \right) \hbar^{424} + O[\hbar]^{426} \right) \hbar^{428} + O[\hbar]^{430} \right) \hbar^{432} + O[\hbar]^{434} \right) \hbar^{436} + O[\hbar]^{438} \right) \hbar^{440} + O[\hbar]^{442} \right) \hbar^{444} + O[\hbar]^{446} \right) \hbar^{448} + O[\hbar]^{450} \right) \hbar^{452} + O[\hbar]^{454} \right) \hbar^{456} + O[\hbar]^{458} \right) \hbar^{460} + O[\hbar]^{462} \right) \hbar^{464} + O[\hbar]^{466} \right) \hbar^{468} + O[\hbar]^{470} \right) \hbar^{472} + O[\hbar]^{474} \right) \hbar^{476} + O[\hbar]^{478} \right) \hbar^{480} + O[\hbar]^{482} \right) \hbar^{484} + O[\hbar]^{486} \right) \hbar^{488} + O[\hbar]^{490} \right) \hbar^{492} + O[\hbar]^{494} \right) \hbar^{496} + O[\hbar]^{498} \right) \hbar^{500} + O[\hbar]^{502} \right) \hbar^{504} + O[\hbar]^{506} \right) \hbar^{508} + O[\hbar]^{510} \right) \hbar^{512} + O[\hbar]^{514} \right) \hbar^{516} + O[\hbar]^{518} \right) \hbar^{520} + O[\hbar]^{522} \right) \hbar^{524} + O[\hbar]^{526} \right) \hbar^{528} + O[\hbar]^{530} \right) \hbar^{532} + O[\hbar]^{534} \right) \hbar^{536} + O[\hbar]^{538} \right) \hbar^{540} + O[\hbar]^{542} \right) \hbar^{544} + O[\hbar]^{546} \right) \hbar^{548} + O[\hbar]^{550} \right) \hbar^{552} + O[\hbar]^{554} \right) \hbar^{556} + O[\hbar]^{558} \right) \hbar^{560} + O[\hbar]^{562} \right) \hbar^{564} + O[\hbar]^{566} \right) \hbar^{568} + O[\hbar]^{570} \right) \hbar^{572} + O[\hbar]^{574} \right) \hbar^{576} + O[\hbar]^{578} \right) \hbar^{580} + O[\hbar]^{582} \right) \hbar^{584} + O[\hbar]^{586} \right) \hbar^{588} + O[\hbar]^{590} \right) \hbar^{592} + O[\hbar]^{594} \right) \hbar^{596} + O[\hbar]^{598} \right) \hbar^{600} + O[\hbar]^{602} \right) \hbar^{604} + O[\hbar]^{606} \right) \hbar^{608} + O[\hbar]^{610} \right) \hbar^{612} + O[\hbar]^{614} \right) \hbar^{616} + O[\hbar]^{618} \right) \hbar^{620} + O[\hbar]^{622} \right) \hbar^{624} + O[\hbar]^{626} \right) \hbar^{628} + O[\hbar]^{630} \right) \hbar^{632} + O[\hbar]^{634} \right) \hbar^{636} + O[\hbar]^{638} \right) \hbar^{640} + O[\hbar]^{642} \right) \hbar^{644} + O[\hbar]^{646} \right) \hbar^{648} + O[\hbar]^{650} \right) \hbar^{652} + O[\hbar]^{654} \right) \hbar^{656} + O[\hbar]^{658} \right) \hbar^{660} + O[\hbar]^{662} \right) \hbar^{664} + O[\hbar]^{666} \right) \hbar^{668} + O[\hbar]^{670} \right) \hbar^{672} + O[\hbar]^{674} \right) \hbar^{676} + O[\hbar]^{678} \right) \hbar^{680} + O[\hbar]^{682} \right) \hbar^{684} + O[\hbar]^{686} \right) \hbar^{688} + O[\hbar]^{690} \right) \hbar^{692} + O[\hbar]^{694} \right) \hbar^{696} + O[\hbar]^{698} \right) \hbar^{700} + O[\hbar]^{702} \right) \hbar^{704} + O[\hbar]^{706} \right) \hbar^{708} + O[\hbar]^{710} \right) \hbar^{712} + O[\hbar]^{714} \right) \hbar^{716} + O[\hbar]^{718} \right) \hbar^{720} + O[\hbar]^{722} \right) \hbar^{724} + O[\hbar]^{726} \right) \hbar^{728} + O[\hbar]^{730} \right) \hbar^{732} + O[\hbar]^{734} \right) \hbar^{736} + O[\hbar]^{738} \right) \hbar^{740} + O[\hbar]^{742} \right) \hbar^{744} + O[\hbar]^{746} \right) \hbar^{748} + O[\hbar]^{750} \right) \hbar^{752} + O[\hbar]^{754} \right) \hbar^{756} + O[\hbar]^{758} \right) \hbar^{760} + O[\hbar]^{762} \right) \hbar^{764} + O[\hbar]^{766} \right) \hbar^{768} + O[\hbar]^{770} \right) \hbar^{772} + O[\hbar]^{774} \right) \hbar^{776} + O[\hbar]^{778} \right) \hbar^{780} + O[\hbar]^{782} \right) \hbar^{784} + O[\hbar]^{786} \right) \hbar^{788} + O[\hbar]^{790} \right) \hbar^{792} + O[\hbar]^{794} \right) \hbar^{796} + O[\hbar]^{798} \right) \hbar^{800} + O[\hbar]^{802} \right) \hbar^{804} + O[\hbar]^{806} \right) \hbar^{808} + O[\hbar]^{810} \right) \hbar^{812} + O[\hbar]^{814} \right) \hbar^{816} + O[\hbar]^{818} \right) \hbar^{820} + O[\hbar]^{822} \right) \hbar^{824} + O[\hbar]^{826} \right) \hbar^{828} + O[\hbar]^{830} \right) \hbar^{832} + O[\hbar]^{834} \right) \hbar^{836} + O[\hbar]^{838} \right) \hbar^{840} + O[\hbar]^{842} \right) \hbar^{844} + O[\hbar]^{846} \right) \hbar^{848} + O[\hbar]^{850} \right) \hbar^{852} + O[\hbar]^{854} \right) \hbar^{856} + O[\hbar]^{858} \right) \hbar^{860} + O[\hbar]^{862} \right) \hbar^{864} + O[\hbar]^{866} \right) \hbar^{868} + O[\hbar]^{870} \right) \hbar^{872} + O[\hbar]^{874} \right) \hbar^{876} + O[\hbar]^{878} \right) \hbar^{880} + O[\hbar]^{882} \right) \hbar^{884} + O[\hbar]^{886} \right) \hbar^{888} + O[\hbar]^{890} \right) \hbar^{892} + O[\hbar]^{894} \right) \hbar^{896} + O[\hbar]^{898} \right) \hbar^{900} + O[\hbar]^{902} \right) \hbar^{904} + O[\hbar]^{906} \right) \hbar^{908} + O[\hbar]^{910} \right) \hbar^{912} + O[\hbar]^{914} \right) \hbar^{916} + O[\hbar]^{918} \right) \hbar^{920} + O[\hbar]^{922} \right) \hbar^{924} + O[\hbar]^{926} \right) \hbar^{928} + O[\hbar]^{930} \right) \hbar^{932} + O[\hbar]^{934} \right) \hbar^{936} + O[\hbar]^{938} \right) \hbar^{940} + O[\hbar]^{942} \right) \hbar^{944} + O[\hbar]^{946} \right) \hbar^{948} + O[\hbar]^{950} \right) \hbar^{952} + O[\hbar]^{954} \right) \hbar^{956} + O[\hbar]^{958} \right) \hbar^{960} + O[\hbar]^{962} \right) \hbar^{964} + O[\hbar]^{966} \right) \hbar^{968} + O[\hbar]^{970} \right) \hbar^{972} + O[\hbar]^{974} \right) \hbar^{976} + O[\hbar]^{978} \right) \hbar^{980} + O[\hbar]^{982} \right) \hbar^{984} + O[\hbar]^{986} \right) \hbar^{988} + O[\hbar]^{990} \right) \hbar^{992} + O[\hbar]^{994} \right) \hbar^{996} + O[\hbar]^{998} \right) \hbar^{999} + O[\hbar]^{1000} \right) \hbar^{1001} + O[\hbar]^{1002} \right) \hbar^{1003} + O[\hbar]^{1004} \right) \hbar^{1005} + O[\hbar]^{1006} \right) \hbar^{1007} + O[\hbar]^{1008} \right) \hbar^{1009} + O[\hbar]^{1010} \right) \hbar^{1011} + O[\hbar]^{1012} \right) \hbar^{1013} + O[\hbar]^{1014} \right) \hbar^{1015} + O[\hbar]^{1016} \right) \hbar^{1017} + O[\hbar]^{1018} \right) \hbar^{1019} + O[\hbar]^{1020} \right) \hbar^{1021} + O[\hbar]^{1022} \right) \hbar^{1023} + O[\hbar]^{1024} \right) \hbar^{1025} + O[\hbar]^{1026} \right) \hbar^{1027} + O[\hbar]^{1028} \right) \hbar^{1029} + O[\hbar]^{1030} \right) \hbar^{1031} + O[\hbar]^{1032} \right) \hbar^{1033} + O[\hbar]^{1034} \right) \hbar^{1035} + O[\hbar]^{1036} \right) \hbar^{1037} + O[\hbar]^{1038} \right) \hbar^{1039} + O[\hbar]^{1040} \right) \hbar^{1041} + O[\hbar]^{1042} \right) \hbar^{1043} + O[\hbar]^{1044} \right) \hbar^{1045} + O[\hbar]^{1046} \right) \hbar^{1047} + O[\hbar]^{1048} \right) \hbar^{1049} + O[\hbar]^{1050} \right) \hbar^{1051} + O[\hbar]^{1052} \right) \hbar^{1053} + O[\hbar]^{1054} \right) \hbar^{1055} + O[\hbar]^{1056} \right) \hbar^{1057} + O[\hbar]^{1058} \right) \hbar^{1059} + O[\hbar]^{1060} \right) \hbar^{1061} + O[\hbar]^{1062} \right) \hbar^{1063} + O[\hbar]^{1064} \right) \hbar^{1065} + O[\hbar]^{1066} \right) \hbar^{1067} + O[\hbar]^{1068} \right) \hbar^{1069} + O[\hbar]^{1070} \right) \hbar^{1071} + O[\hbar]^{1072} \right) \hbar^{1073} + O[\hbar]^{1074} \right) \hbar^{1075} + O[\hbar]^{1076} \right) \hbar^{1077} + O[\hbar]^{1078} \right) \hbar^{1079} + O[\hbar]^{1080} \right) \hbar^{1081} + O[\hbar]^{1082} \right) \hbar^{1083} + O[\hbar]^{1084} \right) \hbar^{1085} + O[\hbar]^{1086} \right) \hbar^{1087} + O[\hbar]^{1088} \right) \hbar^{1089} + O[\hbar]^{1090} \right) \hbar^{1091} + O[\hbar]^{1092} \right) \hbar^{1093} + O[\hbar]^{1094} \right) \hbar^{1095} + O[\hbar]^{1096} \right) \hbar^{1097} + O[\hbar]^{1098} \right) \hbar^{1099} + O[\hbar]^{1100} \right) \hbar^{1101} + O[\hbar]^{1102} \right) \hbar^{1103} + O[\hbar]^{1104} \right) \hbar^{1105} + O[\hbar]^{1106} \right) \hbar^{1107} + O[\hbar]^{1108} \right) \hbar^{1109} + O[\hbar]^{1110} \right) \hbar^{1111} + O[\hbar]^{1112} \right) \hbar^{1113} + O[\hbar]^{1114} \right) \hbar^{1115} + O[\hbar]^{1116} \right) \hbar^{1117} + O[\hbar]^{1118} \right) \hbar^{1119} + O[\hbar]^{1120} \right) \hbar^{1121} + O[\hbar]^{1122} \right) \hbar^{1123} + O[\hbar]^{1124} \right) \hbar^{1125} + O[\hbar]^{1126} \right) \hbar^{1127} + O[\hbar]^{1128} \right) \hbar^{1129} + O[\hbar]^{1130} \right) \hbar^{1131} + O[\hbar]^{1132} \right) \hbar^{1133} + O[\hbar]^{1134} \right) \hbar^{1135} + O[\hbar]^{1136} \right) \hbar^{1137} + O[\hbar]^{1138} \right) \hbar^{1139} + O[\hbar]^{1140} \right) \hbar^{1141} + O[\hbar]^{1142} \right) \hbar^{1143} + O[\hbar]^{1144} \right) \hbar^{1145} + O[\hbar]^{1146} \right) \hbar^{1147} + O[\hbar]^{1148} \right) \hbar^{1149} + O[\hbar]^{1150} \right) \hbar^{1151} + O[\hbar]^{1152} \right) \hbar^{1153} + O[\hbar]^{1154} \right) \hbar^{1155} + O[\hbar]^{1156} \right) \hbar^{1157} + O[\hbar]^{1158} \right) \hbar^{1159} + O[\hbar]^{1160} \right) \hbar^{1161} + O[\hbar]^{1162} \right) \hbar^{1163} + O[\hbar]^{1164} \right) \hbar^{1165} + O[\hbar]^{1166} \right) \hbar^{1167} + O[\hbar]^{1168} \right) \hbar^{1169} + O[\hbar]^{1170} \right) \hbar^{1171} + O[\hbar]^{1172} \right) \hbar^{1173} + O[\hbar]^{1174} \right) \hbar^{1175} + O[\hbar]^{1176} \right) \hbar^{1177} + O[\hbar]^{1178} \right) \hbar^{1179} + O[\hbar]^{1180} \right) \hbar^{1181} + O[\hbar]^{1182} \right) \hbar^{1183} + O[\hbar]^{1184} \right) \hbar^{1185} + O[\hbar]^{1186} \right) \hbar^{1187} + O[\hbar]^{1188} \right) \hbar^{1189} + O[\hbar]^{1190} \right) \hbar^{1191} + O[\hbar]^{1192} \right) \hbar^{1193} + O[\hbar]^{1194} \right) \hbar^{1195} + O[\hbar]^{1196} \right) \hbar^{1197} + O[\hbar]^{1198} \right) \hbar^{1199} + O[\hbar]^{1200} \right) \hbar^{1201} + O[\hbar]^{1202} \right) \hbar^{1203} + O[\hbar]^{1204} \right) \hbar^{1205} + O[\hbar]^{1206} \right) \hbar^{1207} + O[\hbar]^{1208} \right) \hbar^{1209} + O[\hbar]^{1210} \right) \hbar^{1211} + O[\hbar]^{1212} \right) \hbar^{1213} + O[\hbar]^{1214} \right) \hbar^{1215} + O[\hbar]^{1216} \right) \hbar^{1217} + O[\hbar]^{1218} \right) \hbar^{1219} + O[\hbar]^{1220} \right) \hbar^{1221} + O[\hbar]^{1222} \right) \hbar^{1223} + O[\hbar]^{1224} \right) \hbar^{1225} + O[\hbar]^{1226} \right) \hbar^{1227} + O[\hbar]^{1228} \right) \hbar^{1229} + O[\hbar]^{1230} \right) \hbar^{1231} + O[\hbar]^{1232} \right) \hbar^{1233} + O[\hbar]^{1234} \right) \hbar^{1235} + O[\hbar]^{1236} \right) \hbar^{1237} + O[\hbar]^{1238} \right) \hbar^{1239} + O[\hbar]^{1240} \right) \hbar^{1241} + O[\hbar]^{1242} \right) \hbar^{1243} + O[\hbar]^{1244} \right) \hbar^{1245} + O[\hbar]^{1246} \right) \hbar^{1247} + O[\hbar]^{1248} \right) \hbar^{1249} + O[\hbar]^{1250} \right) \hbar^{1251} + O[\hbar]^{1252} \right) \hbar^{1253} + O[\hbar]^{1254} \right) \hbar^{1255} + O[\hbar]^{1256} \right) \hbar^{1257} + O[\hbar]^{1258} \right) \hbar^{1259} + O[\hbar]^{1260} \right) \hbar^{1261} + O[\hbar]^{1262} \right) \hbar^{1263} + O[\hbar]^{1264} \right) \hbar^{1265} + O[\hbar]^{1266} \right) \hbar^{1267} + O[\hbar]^{1268} \right) \hbar^{1269} + O[\hbar]^{1270} \right) \hbar^{1271} + O[\hbar]^{1272} \right) \hbar^{1273} + O[\hbar]^{1274} \right) \hbar^{1275} + O[\hbar]^{1276} \right) \hbar^{1277} + O[\hbar]^{1278} \right) \hbar^{1279} + O[\hbar]^{1280} \right) \hbar^{1281} + O[\hbar]^{1282} \right) \hbar^{1283} + O[\hbar]^{1284} \right) \hbar^{1285} + O[\hbar]^{1286} \right) \hbar^{1287} + O[\hbar]^{1288} \right) \hbar^{1289} + O[\hbar]^{1290} \right) \hbar^{1291} + O[\hbar]^{1292} \right) \hbar^{1293} + O[\hbar]^{1294} \right) \hbar^{1295} + O[\hbar]^{1296} \right) \hbar^{1297} + O[\hbar]^{1298} \right) \hbar^{1299} + O[\hbar]^{1300} \right) \hbar^{1301} + O[\hbar]^{1302} \right) \hbar^{1303} + O[\hbar]^{1304} \right) \hbar^{1305} + O[\hbar]^{1306} \right) \hbar^{1307} + O[\hbar]^{1308} \right) \hbar^{1309} + O[\hbar]^{1310} \right) \hbar^{1311} + O[\hbar]^{1312} \right) \hbar^{1313} + O[\hbar]^{1314} \right) \hbar^{1315} + O[\hbar]^{1316} \right) \hbar^{1317} + O[\hbar]^{1318} \right) \hbar^{1319} + O[\hbar]^{1320} \right) \hbar^{1321} + O[\hbar]^{1322} \right) \hbar^{1323} + O[\hbar]^{1324} \right) \hbar^{1325} + O[\hbar]^{1326} \right) \hbar^{1327} + O[\hbar]^{1328} \right) \hbar^{1329} + O[\hbar]^{1330} \right) \hbar^{1331} + O[\hbar]^{1332} \right) \hbar^{1333} + O[\hbar]^{1334} \right) \hbar^{1335} + O[\hbar]^{1336} \right) \hbar^{1337} + O[\hbar]^{1338} \right) \hbar^{1339} + O[\hbar]^{1340} \right) \hbar^{1341} + O[\hbar]^{1342} \right) \hbar^{1343} + O[\hbar]^{1344} \right) \hbar^{1345} + O[\hbar]^{1346} \right) \hbar^{1347} + O[\hbar]^{1348} \right) \hbar^{1349} + O[\hbar]^{1350} \right) \hbar^{1351} + O[\hbar]^{1352} \right) \hbar^{1353} + O[\hbar]^{1354} \right) \hbar^{1355} + O[\hbar]^{1356} \right) \hbar^{1357} + O[\hbar]^{1358} \right) \hbar^{1359} + O[\hbar]^{1360} \right) \hbar^{1361} + O[\hbar]^{1362} \right) \hbar^{1363} + O[\hbar]^{1364} \right) \hbar^{1365} + O[\hbar]^{1366} \right) \hbar^{1367} + O[\hbar]^{1368} \right) \hbar^{1369} + O[\hbar]^{1370} \right) \hbar^{1371} + O[\hbar]^{1372} \right) \hbar^{1373} + O[\hbar]^{1374} \right) \hbar^{1375} + O[\hbar]^{1376} \right) \hbar^{1377} + O[\hbar]^{1378} \right) \hbar^{1379} + O[\hbar]^{1380} \right) \hbar^{1381} + O[\hbar]^{1382} \right) \hbar^{1383} + O[\hbar]^{1384} \right) \hbar^{1385} + O[\hbar]^{1386} \right) \hbar^{1387} + O[\hbar
```

```
In[10]:= {
  "R4" → R[2, 3] ** R[1, 3] ** V == V ** (R[1, 3] // dΔ[1, 1, 2]),
  "TwistEq" → V ** Θ[1, 2] == R[1, 2] ** (V // dP[2, 1]),
  "Unitarity" → V ** (V // dA[1] // dA[2]) == B[1, 0],
  "VerticalFlipEquation" → V ** (V // ds[1] // ds[2]) == R[1, 2],
  "CapEquation" → (V ** (C // dP[12])) // dcap[1] // dcap[2] ==
    (C * (C // dP[2])) // dcap[1] // dcap[2]),
  "SidesNonDegeneracy" → (V // dη[1]) == B[1, 0] && (V // dη[2]) == B[1, 0],
  "CapsAndCups" → Simplify[C == (C // ds[1])]
}

Out[10]= {R4 → True, TwistEq → True, Unitarity → True,
VerticalFlipEquation → True, CapEquation → True, SidesNonDegeneracy → True,
CapsAndCups → 2 c1 κ1 ℏ +  $\frac{1}{48} c_1^3 \kappa_1 (3 + 48 \delta_{10} + 16 \kappa_1^2) \hbar^3 + \frac{1}{46\,080}$ 
 $c_1^5 \kappa_1 (365 - 11\,520 \delta_{10}^2 + 7\,680 \delta_{30} + 480 \kappa_1^2 + 768 \kappa_1^4 + 480 \delta_{10} (3 + 16 \kappa_1^2)) \hbar^5 + O[\hbar]^7 == 0$ }

In[11]:= C

Out[11]=  $1 + c_1 \kappa_1 \hbar + \frac{1}{32} c_1^2 (1 + 16 \delta_{10} + 16 \kappa_1^2) \hbar^2 + \frac{1}{96} c_1^3 \kappa_1 (3 + 48 \delta_{10} + 16 \kappa_1^2) \hbar^3 + \frac{c_1^4 (-3 + 768 \delta_{10}^2 + 160 (\frac{1}{12} + \delta_{10}) - 768 \delta_{10})}{46\,080} \hbar^4 + \frac{c_1^5 \kappa_1 (365 - 11\,520 \delta_{10}^2 + 7\,680 \delta_{30} + 480 \kappa_1^2 + 768 \kappa_1^4 + 480 \delta_{10} (3 + 16 \kappa_1^2))}{46\,080} \hbar^5 + O[\hbar]^6$ 

In[12]:= C ** Inverse[C]

Out[12]= (1)

In[13]:= 1 + 1

Out[13]= 2

In[14]:= dP[12] [C] ** Inverse[C] ** Inverse[dP[2] [C]]

Out[14]=  $1 + \left( \frac{c_1 c_2}{16} + c_1 c_2 \delta_{10} \right) \hbar^2 + \left( \frac{1}{72} c_1^3 c_2 + \frac{35 c_1^2 c_2^2}{1536} + \frac{1}{72} c_1 c_2^3 + \frac{1}{16} c_1^2 c_2^2 \delta_{10} - c_1^3 c_2 \delta_{10}^2 - c_1^2 c_2^2 \delta_{10}^2 - c_1 c_2^3 \delta_{10}^2 + \frac{1}{3} c_1^4 \delta_{10} \right) \hbar^4 + \left( \frac{c_1^5 c_2}{192} + \frac{c_1^4 c_2^2}{192} + \frac{c_1^3 c_2^3}{192} + \frac{c_1^2 c_2^4}{192} + \frac{c_1 c_2^5}{192} + \frac{c_2^6}{192} \right) \hbar^5 + O[\hbar]^6$ 

In[15]:= sol2 = PerturbativeSolveAlways[C == B[1, 0], ℏ, 6, {c1}]

Out[15]= {κ1 → 0, δ10 → - $\frac{1}{16}$ , δ30 → - $\frac{23}{768}$ , γ12 → - $\frac{53}{28\,800} - \frac{8 \delta_{23}}{15} - \frac{4 \delta_{41}}{15}$ }

In[16]:= βCollect[C /. sol2]

Out[16]= (1)

In[17]:= V

Out[17]=  $1 + \frac{1}{16} c_1 c_2 (1 + 16 \delta_{10}) \hbar^2 + \left( \frac{1}{256} c_1^2 c_2^2 (-1 - 8 \delta_{10} + 128 \delta_{10}^2 + 40 (\frac{1}{12} + \delta_{10}) - 192 \delta_{10} (\frac{1}{12} + \delta_{10}) + 192 (\frac{1}{12} + \delta_{10})^2) \right) \hbar^4 + \left( \frac{c_1^5 c_2}{192} + \frac{c_1^4 c_2^2}{192} + \frac{c_1^3 c_2^3}{192} + \frac{c_1^2 c_2^4}{192} + \frac{c_1 c_2^5}{192} + \frac{c_2^6}{192} \right) \hbar^5 + O[\hbar]^6$ 
```