

Pensieve Header: Are there well-defined derivations on A(r/g)?

```
Basis[n_] := DeleteCases[
  Permutations[P @@ Range[n]],
  Alternatives[
    P[___, i_, j_, ___] /; i == j + 1,
    P[___, i_, j_, k_, ___] /; i == j + 2 && k == j + 1
  ]
];
ToBasis[p_P] := p //. {
  P[l___, i_, j_, r___] /; i == j + 1 :> P[l, j, i, r],
  P[l___, i_, j_, k_, r___] /; i == j + 2 && k == j + 1 :> P[l, k, i, j, r]
};
ToBasis[expr_] := expr /. p_P :> ToBasis[p];

Basis[4]

{P[1, 2, 3, 4], P[1, 3, 4, 2], P[2, 3, 1, 4], P[2, 3, 4, 1],
 P[2, 4, 1, 3], P[3, 1, 4, 2], P[3, 4, 1, 2], P[4, 1, 2, 3]}

Basis[4] // ToBasis

{P[1, 2, 3, 4], P[1, 3, 4, 2], P[2, 3, 1, 4], P[2, 3, 4, 1],
 P[2, 4, 1, 3], P[3, 1, 4, 2], P[3, 4, 1, 2], P[4, 1, 2, 3]}

TestD[p_P] := Module[
  {n = Length[p]},
  ToBasis[
    Append[p, n + 1] + Prepend[(# + 1) & /@ p, 1] - Prepend[p, n + 1] - Append[(# + 1) & /@ p, 1]
  ]
]

Print /@ (
  (TestD /@ Basis[4]) /. Thread[
    Basis[5] :> V /@ Range[Length[Basis[5]]]
  ]
);

2 V[1] - V[11] - V[37]
V[2] + V[3] - V[16] - V[38]
V[3] + V[9] - V[24] - V[39]
V[4] + V[10] - V[25] - V[40]
V[5] + V[13] - V[28] - V[41]
V[6] + V[19] - V[34] - V[42]
V[7] + V[22] - 2 V[36]
V[8] + V[29] - V[35] - V[40]

Print /@ (
  (TestD /@ Basis[5]) /. Thread[
    Basis[6] :> V /@ Range[Length[Basis[6]]]
  ]
);
```

2 V[1] - V[47] - V[225]
V[2] + V[3] - V[52] - V[226]
V[3] + V[9] - V[62] - V[227]
V[4] + V[10] - V[64] - V[228]
V[5] + V[13] - V[68] - V[229]
V[6] + V[19] - V[76] - V[230]
V[7] + V[22] - V[79] - V[231]
V[8] + V[29] - V[85] - V[232]
V[9] + V[43] - V[104] - V[233]
V[10] + V[45] - V[108] - V[234]
V[11] + V[46] - V[109] - V[235]
V[12] + V[49] - V[112] - V[236]
V[13] + V[55] - V[120] - V[237]
V[14] + V[56] - V[122] - V[238]
V[15] + V[59] - V[125] - V[239]
V[16] + V[61] - V[126] - V[240]
V[17] + V[69] - V[132] - V[241]
V[18] + V[73] - V[136] - V[242]
V[19] + V[89] - V[154] - V[243]
V[20] + V[90] - V[156] - V[244]
V[21] + V[93] - V[160] - V[245]
V[22] + V[99] - V[166] - V[246]
V[23] + V[100] - V[168] - V[247]
V[24] + V[103] - V[170] - V[248]
V[25] + V[106] - V[172] - V[249]
V[26] + V[113] - V[178] - V[250]
V[27] + V[115] - V[180] - V[251]
V[28] + V[119] - V[182] - V[252]
V[29] + V[137] - V[198] - V[253]
V[30] + V[138] - V[200] - V[254]
V[31] + V[141] - V[204] - V[255]
V[32] + V[144] - V[207] - V[256]
V[33] + V[151] - V[215] - V[257]
V[34] + V[153] - V[216] - V[258]
V[35] + V[161] - V[220] - V[224]

$V[36] + V[165] - 2V[223]$
 $V[37] + V[183] - V[217] - V[235]$
 $V[38] + V[187] - V[218] - V[240]$
 $V[39] + V[195] - V[219] - V[248]$
 $V[40] + V[197] - V[220] - V[249]$
 $V[41] + V[201] - V[221] - V[252]$
 $V[42] + V[209] - V[222] - V[258]$